

Calcul des structures métalliques selon l'Eurocode 3

Avant 1993, la conception et le calcul des constructions métalliques étaient régis par diverses réglementations. Aujourd'hui, une nouvelle norme européenne est entrée en vigueur et impose, en remplacement des précédents textes, un texte unique : l'Eurocode 3.

Cet ouvrage se présente comme :

- un traité théorique qui regroupe les calculs fondamentaux des structures en acier, à partir des données fondamentales de la résistance des matériaux et de la mécanique des solides ;
- un traité pratique qui comporte systématiquement des applications et des exemples de calculs détaillés de pièces ou d'ouvrages établis sur la base du nouveau règlement européen Eurocode 3 ;
- un support pédagogique pour l'enseignement, les écoles d'ingénieurs, IUT, BTS, les écoles d'architecture ;
- un outil de travail et de réflexion pour les professionnels de la construction ;
- un guide pratique qui souligne les points et les dispositions exigeant une attention toute particulière qui met en garde contre les risques et les désordres encourus, notamment en ce qui concerne les assemblages et les phénomènes d'instabilité (flambement, déversement, voilement) qui demeurent des pôles névralgiques de toutes constructions métalliques.

Jean Morel est ingénieur INSA (Institut national des sciences appliquées), docteur de l'université de Lyon, expert près la cour d'appel de Lyon en bâtiment et travaux publics et expert agréé par la Cour de cassation. Il est aussi professeur à l'INSA et à l'Ecole Centrale de Lyon

EYROLLES

50 €



Code éditeur : 61173 • EAN : 2-212-11734-6

Calcul des structures métalliques selon l'Eurocode 3

Jean Morel

Calcul des structures métalliques selon l'Eurocode 3



Jean Morel

EYROLLES

CHEZ LE MÊME ÉDITEUR

A. CAUSSARIEU. – **Guide pratique de la rénovation des façades**, 2005

B. DE POLIGNAC. – **Expertise immobilière**,
Expertise et norme IFRS, 2005, 3^e édition

ENSAM. – **Usinage par enlèvement de copeaux**, 2005

P. GÉRARD. – **Pratique du droit de l'urbanisme**, 2003, 4^e édition

J.-P. GOUSSET, R. PRALAT, J.-C. CAPDEBIELLE. – **Le Mètre**, 2004

P. GRELIER BESSMANN. – **Pratique du droit de la construction**,
Marchés publics et marchés privés, 2005, 4^e édition

G. KARSENTY. – **La fabrication du bâtiment**, tomes 1 et 2, 1997 et 2001

G. KARSENTY. – **Guide pratique des VRD et aménagements extérieurs**, 2004

PUCA. – **Maîtres d'ouvrage, maîtres d'œuvre et entreprises**, 2004

Règles de construction parasismique
Règles PS applicables aux bâtiments – PS 92

SYNDICAT DU BÉTON CELLULAIRE. – **Mémento du béton cellulaire**, 2005

CALCUL des STRUCTURES MÉTALLIQUES selon l'EUROCODE 3

Jean MOREL

Ingénieur INSA, docteur de l'université de Lyon

Expert près la cour d'appel de Lyon

Expert agréé par la Cour de cassation

Professeur à l'INSA et l'École Centrale de Lyon

Sixième tirage 2005

EYROLLES

La première édition de cet ouvrage (© 1994) a fait l'objet
d'un reconditionnement à l'occasion de son sixième tirage (nouvelle couverture).
Le texte reste inchangé par rapport aux tirages précédents.



Le code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée notamment dans les établissements d'enseignement, provoquant une baisse brutale des achats de livres, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

En application de la loi du 11 mars 1957, il est interdit de reproduire intégralement ou partiellement le présent ouvrage, sur quelque support que ce soit, sans l'autorisation de l'Éditeur ou du Centre Français d'exploitation du droit de copie, 20, rue des Grands Augustins, 75006 Paris.

© Groupe Eyrolles, 1994, pour le texte de la présente édition
© Groupe Eyrolles, 2005, pour la nouvelle présentation ISBN 2-212-11738-8

TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS	5
NOTATIONS GÉNÉRALES	9
UNITÉS	13
SYSTÈME DE REPÉRAGE	15
 1. MATÉRIAUX, CONTRAINTES	 17
1.1. Le matériau Acier	17
1.2. Les produits sidérurgiques	19
1.2.1. Contraintes résiduelles résultant du laminage	20
1.2.2. Traitements thermiques	21
1.2.3. Protection contre la corrosion	22
1.3. Essais de contrôle des aciers	23
1.3.1. Essai de traction	24
1.3.2. Plasticité de l'acier : réserve de sécurité	26
1.4. Caractéristiques des aciers normalisés	27
1.4.1. Tolérances de laminage	28
1.4.2. Caractéristiques mécaniques des aciers	30
1.5. Acier/Béton : avantages, inconvénients	31
 2. LES ASSEMBLAGES	 33
2.1. Généralités	33
2.1.1. Rôle des assemblages	33
2.1.2. Fonctionnement des assemblages	34
2.1.3. Précautions constructives	34
2.1.4. Classification des assemblages	37

2.2. Les assemblages boulonnés.....	40
2.2.1. Dispositions constructives.....	41
2.2.2. Dimensionnement des boulons ordinaires non précontraints.....	45
2.2.3. Dimensionnement des boulons précontraints.....	51
2.2.4. Comparaison des règlements.....	63
2.3. Les assemblages soudés.....	65
2.3.1. Les procédés de soudage.....	66
2.3.2. Dispositions constructives.....	69
2.3.3. Calcul des cordons de soudure.....	73
2.3.4. Exemples d'application.....	80

3. LES PHÉNOMÈNES D'INSTABILITÉ ÉLASTIQUE..... 85

3.1. Origine des phénomènes d'instabilité élastique.....	85
3.2. Le flambement.....	86
3.2.1. Aspect théorique du flambement.....	86
3.2.2. Aspect expérimental du flambement.....	99
3.2.3. Aspect réglementaire du flambement.....	105
3.2.4. Exemples d'application.....	120
3.3. Le déversement.....	131
3.3.1. Aspect expérimental du déversement.....	131
3.3.2. Aspect théorique du déversement.....	133
3.3.3. Aspect réglementaire du déversement.....	139
3.3.4. Exemples d'application.....	144
3.3.5. Les dangers du déversement.....	151
3.4. Le voilement.....	153
3.4.1. Aspect expérimental du voilement.....	153
3.4.2. Aspect théorique du voilement.....	154
3.4.3. Aspect réglementaire du voilement.....	154
3.4.4. Exemple d'application.....	167

4. BASES DE CALCULS DU NOUVEAU RÈGLEMENT EUROCODE 3..... 173

4.1. Notions de sécurité.....	173
4.2. Actions et combinaisons d'actions.....	176
4.3. Classification des sections transversales.....	178
4.4. Résistance des sections transversales.....	192
4.4.1. Effort axial de traction (N).....	192
4.4.2. Effort axial de compression (N).....	192
4.4.3. Moment fléchissant (M).....	193
4.4.4. Effort tranchant (V).....	193
4.4.5. Moment fléchissant + effort tranchant (M + V).....	193
4.4.6. Moment fléchissant + effort axial (M + N).....	195
4.4.7. Moment fléchissant + effort tranchant + effort axial (M + V + N).....	197
4.5. Organigrammes récapitulatifs de calculs.....	198
4.6. Résistance à la fatigue.....	202

5. DIMENSIONNEMENT DES POUTRES FLÉCHIES..... 205

5.1. Dimensionnement des poutres en calcul élastique (P.R.S.).....	208
5.2. Dimensionnement des poutres en calcul plastique (laminés).....	213

6. CONCEPTION ET CALCUL DES BÂTIMENTS MÉTALLIQUES..... 225

6.1. Calcul des couvertures et des bardages.....	225
6.1.1. Calcul des couvertures.....	225
6.1.2. Calcul des bardages.....	229
6.2. Calcul des pannes.....	232
6.2.1. Aspects technologiques.....	232
6.2.2. Détermination des sollicitations.....	232
6.2.3. Principe de dimensionnement.....	233

6.2.4. Méthodes de calcul des pannes en flexion déviée.....	235
6.2.5. Exemples d'application.....	238
6.3. Calcul des portiques avec traverses à âme pleine.....	247
6.3.1. Conception technologique.....	247
6.3.2. Calcul des sollicitations.....	252
6.3.3. Dimensionnement de la traverse en résistance à la flexion.....	260
6.3.4. Vérification de la flèche de la traverse.....	264
6.3.5. Vérification de la traverse au déversement.....	265
6.3.6. Dimensionnement des poteaux au flambement.....	266
6.3.7. Dimensionnement des renforts de traverse.....	266
6.3.8. Vérification des déplacements en tête de poteaux.....	269
6.3.9. Calcul des platines et des ancrages en pied de poteaux.....	272
6.4. Calcul des portiques avec fermes à treillis.....	282
6.4.1. Conception technologique.....	282
6.4.2. Hypothèses de calculs.....	285
6.4.3. Calcul des efforts dans les barres.....	286
6.4.4. Vérification des contraintes dans les barres.....	294
6.4.5. Vérification de la flèche.....	298
6.5. Calcul des ossatures secondaires.....	299
6.5.1. Calcul des lisses de bardage.....	299
6.5.2. Calcul des potelets de pignons.....	303
6.5.3. Calcul des contreventements.....	304
6.6. Vérification de la stabilité d'ensemble.....	309
6.7. Calcul des planchers mixtes.....	315
6.8. Les poutres de roulement des ponts roulants.....	325
ANNEXE	
Les principales causes de désordres et de sinistres en construction métallique.....	329

AVANT-PROPOS

OBJECTIFS DE L'OUVRAGE

L'auteur, qui pratique la Construction Métallique sous une triple approche, du fait de sa triple activité (d'entreprise, d'enseignement et d'expertise), a conçu cet ouvrage avec une vision globale de la construction métallique.

Cet ouvrage se veut à la fois :

- un traité théorique, regroupant les théories et les calculs fondamentaux, établis sur la base du nouvel Eurocode 3,
- un traité pratique et concret, comportant systématiquement des applications et des exemples de calculs détaillés, qui constitue à la fois un support pédagogique pour l'enseignement et un outil de travail pour les professionnels,
- un guide, qui souligne les points et les dispositions qui nécessitent une attention toute particulière et qui met en garde contre les risques et les désordres encourus.

CONSTRUCTIONS CONCERNÉES

Les ouvrages métalliques peuvent être de conceptions différentes et comporter des ossatures réalisées en :

- poutrelles laminées courantes (IPE, HE...),
- profilés reconstitués soudés (PRS), à inerties constante ou variable,
- profilés creux soudés, en treillis bi-dimensionnels ou en nappes tri-dimensionnelles,
- etc.

En outre, ces ossatures peuvent être de faible hauteur et de grande surface au sol (usines, entrepôts...), de grande hauteur et de faible surface au sol (tours, IGH) ou de dimensions intermédiaires (immenses de logements, de bureaux).

Cet ouvrage traitera essentiellement :

- des ossatures de faible hauteur (usines, entrepôts, hangars, supermarchés...),
- constituées de poutrelles et laminés marchands, à âme pleine ou âme treillis, et de PRS, qui représentent la grande majorité des relations actuelles, les autres solutions étant relativement marginales.

RÈGLEMENTATION ACTUELLE : L'EUROCODE 3

Avant 1993, la conception et le calcul des constructions métalliques étaient régis par diverses réglementations :

- « les règles de calcul des constructions en acier », dites « règles CM 66 », qui réglementaient tous les bâtiments en acier,
- le titre V du fascicule 61 du cahier des prescriptions communes, intitulé « conception et calcul des ponts et constructions métalliques en acier », qui réglementait tous les ponts et ouvrages d'art,
- des normes NF, qui régissaient les calculs des assemblages et des éléments à parois minces :
 - les assemblages rivés : normes NF P. 22410 et P.22411,
 - les assemblages par boulons non précontraints : normes NF P. 22430 et P. 22431,
 - les assemblages par boulons à serrage contrôlé : normes NF P. 22460 à P. 22469,
 - les assemblages soudés : normes NF P. 22470 à P. 22472,
- l'additif 80, qui introduisait les notions de plasticité de l'acier et d'états-limites, ce qui permettait de tirer parti des propriétés élasto-plastiques de l'acier et d'alléger ainsi les structures.

Depuis 1993, une nouvelle réglementation européenne est entrée en vigueur et impose, en remplacement de ces divers et précédents textes, un code unique : l'*Eurocode 3*.

L'*Eurocode 3* « Calcul des structures en acier » a été adopté par le Comité européen de normalisation (CEN) en 1992 et a été classé Norme provisoire pour une durée de 3 années (1993 à 1996).

Chaque pays de la Communauté européenne ajuste les modalités d'application de ce nouveau règlement sur son territoire, au moyen d'un *Document d'application national* (DAN).

Pendant la période probatoire de 3 ans, le statut expérimental de l'*Eurocode EC 3* – DAN existera conjointement avec les règles antérieures (CM 66, Additif 80, Titre V du Fascicule 61 pour les ouvrages d'art), qui disparaîtront à compter de 1996, lorsque l'*Eurocode 3* deviendra une norme européenne homologuée (EN).

L'*Eurocode 3* est un règlement très novateur, qui fixe des règles très détaillées, des notions et des classifications très pertinentes (classes de sections par exemple), et qui propose diverses alternatives de dimensionnement au calculateur, selon la stratégie et la finalité retenues (calculs des assemblages par platines, calculs en élasticité ou plasticité, calculs selon des analyses au premier ou au second ordre...). Le tout étant pensé selon une approche de sécurité semi-probabiliste, qui conduit à une calibration de très nombreuses formules de calculs de résistances.

En revanche, l'*Eurocode 3* est un ouvrage mal rédigé, peu clair, empli de redondances, dont les calculs et les formules sont truffés d'indices, qui les rendent difficilement compréhensibles. C'est un traité beaucoup trop théorique, qui vient s'appuyer sur des logiciels de calculs et qui ignore ou sous-estime les imperfections, les approximations et les réalités quotidiennes qui affectent les bureaux d'études, les usines et les chantiers.

Au vu de cela, nous avons donc délibérément choisi, dans cet ouvrage :

- de rester simple, humble et réaliste,
- de simplifier et d'éliminer toutes les notations et les indices superflus, qui n'apportent rien à la compréhension générale des problèmes,
- de conduire tous les calculs et les vérifications selon le règlement *Eurocode 3*, mais de mener en parallèle les calculs comparatifs selon les règles antérieures, afin que chacun puisse :
 - mesurer les différences de résultats et d'appréciations entre ancien et nouveau règlement,
 - mieux appréhender et assimiler le nouvel *Eurocode 3*, qui est en fait très novateur, donc très différent.

LES DANGERS DE LA CONSTRUCTION MÉTALLIQUE

En comparaison des constructions en béton, armé ou précontraint, les constructions métalliques exigent qu'une attention toute particulière soit portée sur certains points « névralgiques », notamment :

- les assemblages (boulonnages, soudages), afin de se prémunir contre leurs risques de rupture brutale, qui conduiraient à la ruine de l'ouvrage par effondrement,

- les phénomènes d'instabilité élastique (flambement, déversement, voilement), qui amplifient considérablement les contraintes dans les pièces, et qui sont particulièrement redoutables en construction métallique, du fait de l'utilisation de pièces de faible épaisseur et de grand élancement.

C'est pourquoi nous avons délibérément choisi, dans cet ouvrage, d'étudier en premier lieu ces points particulièrement critiques, avant d'aborder les calculs généraux classiques des structures.

NOTATIONS GÉNÉRALES

Les notations générales utilisées dans cet ouvrage sont celles qui ont été retenues par le règlement *Eurocode 3*.

Cependant, compte tenu de leur lourdeur et de l'utilisation à outrance d'indices et de références, qui rendent leur lecture et leur compréhension difficiles, il leur a été substitué des notations simples et claires.

Ces notations sont classées ci-après par rubriques, et au sein de chaque rubrique par ordre alphabétique ; l'alphabet romain d'abord (majuscules, puis minuscules), suivi de l'alphabet grec.

ACTIONS

A	Charge accidentelle (explosion, choc de véhicules...)
F	Charge ponctuelle en général
G	Charge permanente ponctuelle
Q	Charge d'exploitation ponctuelle
S_n	Charge de neige normale
S_e	Charge de neige extrême
W_n	Charge de vent normale
W_e	Charge de vent extrême
p	Charge uniformément répartie, en général
g	Charge permanente uniformément répartie
q	Charge d'exploitation uniformément répartie

SOLLICITATIONS/CONTRAINTES/DÉFORMATIONS

E	Module d'élasticité longitudinale de l'acier ($E = 210\,000\text{ MPa}$)
G	Module d'élasticité transversale de l'acier ($G = 81\,000\text{ MPa}$)
F_p	Effort de précontrainte dans un boulon
M	Moment sollicitant, en général
M_{cr}	Moment critique élastique de déversement

M_{eff}	Moment efficace (section de classe 4)
M_{el}	Moment élastique
M_N	Moment résistant plastique réduit du fait de l'effort axial
M_{pl}	Moment plastique
M_R	Moment résistant
M_U	Moment ultime
N	Effort normal, en général
N_K	Effort normal critique d'Euler
N_{pl}	Effort normal de plastification
N_u	Effort normal ultime
V	Effort tranchant sollicitant
V_{pl}	Effort tranchant de plastification
V_u	Effort tranchant ultime
f (ou δ)	Flèche d'une poutre
f_u	Contrainte de rupture d'une pièce
f_{ub}	Contrainte de rupture d'un boulon
f_y	Limite d'élasticité d'un acier
f_{red}	Limite d'élasticité réduite pour l'aire de cisaillement : $f_{red} = (1 - \rho) \cdot f_y$
ε (epsilon)	Déformation linéaire unitaire
ε_y	Déformation correspondant à la limite d'élasticité f_y
σ (sigma)	Contrainte normale
σ_K	Contrainte critique d'Euler $\left[\sigma_K = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \right]$
τ (tau)	Contrainte tangentielle ou de cisaillement
τ_{cr}	Résistance critique élastique au voilement par cisaillement
τ_e	Contrainte limite de cisaillement pur en élasticité $\left[\tau_e = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \right]$
$\tau_{//}$	Contrainte de cisaillement parallèle à l'axe d'un cordon de soudure
$\tau_{\perp}$	Contrainte de cisaillement perpendiculaire à la section de gorge d'un cordon de soudure
ν (nu)	Coefficient de Poisson (pour l'acier $\nu = 0,3$)
Δ ou δ (delta)	Déplacement horizontal en tête de poteaux

COEFFICIENTS ET GRANDEURS SANS DIMENSIONS

K	Coefficient d'encastrement ou de rigidité poteau/poutre
a	A_w / A = Rapport de la section de l'âme d'une poutre à la section totale

k_o	Coefficient de flambement (Additif 80)
k_D	Coefficient de déversement (Additif 80)
k_s	Coefficient de dimension des trous de perçage pour boulons
k_y et k_z	Coefficients de flambement-flexion
k_{τ}	Coefficient de voilement par cisaillement
m	Nombre de plans de cisaillement ou de frottement
n	N / N_{pl} ou nombre de boulons
β_M (béta)	Facteur de moment uniforme équivalent (flambement)
β_w	Facteur de corrélation (soudures)
ε (epsilon)	Coefficient de réduction élastique de l'acier $\left[\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \right]$
η (eta)	Facteur de distribution de rigidités (flambement)
λ (lambda)	Élancement $\left[\lambda = \frac{\ell_K}{i} \right]$
λ_K	Élancement eulérien
$\bar{\lambda}$	Élancement réduit $\left[\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_K} \right]$
$\bar{\lambda}_{LT}$	Élancement de déversement
λ_w	Élancement de l'âme d'une poutre $\left[\lambda_w = \sqrt{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \tau_{cr}}} \right]$
μ (mu)	Coefficient de frottement
ρ (rho)	Rendement d'une section
χ (chi)	Coefficient de réduction de flambement
χ_{LT}	Coefficient de réduction de déversement
ψ (psi)	Coefficient de distribution de contraintes
γ (gamma)	Coefficient partiel de sécurité

CARACTÉRISTIQUES GÉOMÉTRIQUES

A	Section brute d'une pièce
A_{eff}	Section efficace d'une pièce (classe 4)
A_{net}	Section nette d'une pièce
A_f	Section d'une semelle de poutre en double T
A_v	Aire de cisaillement
A_w	Section de l'âme d'une pièce

A_s	Section résistante de la tige d'un boulon en fond de filet
I_t (ou J)	Moment d'inertie de torsion
I_w	Facteur de gauchissement d'une section
I_y	Moment d'inertie de flexion maximal
I_z	Moment d'inertie de flexion minimal
W_{eff}	Module de résistance efficace
W_{el}	Module de résistance élastique
W_{pl}	Module de résistance plastique
a	Épaisseur utile (ou gorge) d'un cordon de soudure
b	Largeur d'une semelle de poutre
c	Portée en console d'une semelle de poutre
d	Diamètre nominal des tiges des boulons ou hauteur de la partie droite d'une âme de poutre
d_0	Diamètre de perçage des trous de boulonnage
g	Largeur du champ diagonal de traction (voilement)
h	Hauteur d'une pièce en général
h_0 (ou h^*)	Distance entre axes neutres des semelles d'une poutre
i	Rayon de giration d'une section $\left[i = \sqrt{\frac{I}{A}} \right]$
ℓ	Longueur en général ou portée d'une poutre
ℓ_D	Longueur de déversement d'une poutre
ℓ_k	Longueur de flambement d'une poutre
ℓ_0	Longueur nominale d'une poutre
r	Rigidité d'une barre $\left[r = \frac{I}{\ell} \right]$
t	Épaisseur d'une pièce ou d'une tôle
t_f	Épaisseur d'une semelle de poutre
t_w	Épaisseur d'une âme de poutre
v_s (ou v')	Distance de la fibre extrême supérieure à l'axe neutre d'une section
v_i (ou v)	Distance de la fibre extrême inférieure à l'axe neutre d'une section
α (alpha)	Angle en général
θ (theta)	Angle en général
ϕ (phi)	Rotation

UNITÉS

Les unités utilisées sont celles qui sont employées dans la pratique, qui sont parfois différentes des unités « légales » (Système international SI ou Norme ISO 1000), ces dernières étant dans certains cas inadaptées, car disproportionnées avec les ordres de grandeur des valeurs couramment rencontrées.

Le tableau ci-après donne les équivalences entre unités pratiques et théoriques.

Grandeurs à mesurer	Unités pratiques	Unités théoriques	Équivalence
Efforts	daN kN	N N	1 daN = 10 N 1 kN = 10 ³ N
Longueurs	mm	m	1 mm = 10 ⁻³ m
Sections	mm ²	m ²	1 mm ² = 10 ⁻⁶ m ²
Moments fléchissants	daNm kNm	Nm Nm	1 daNm = 10 Nm 1 kNm = 10 ³ Nm
Moments statiques	cm ³	m ³	1 cm ³ = 10 ⁻⁶ m ³
Moments d'inertie	cm ⁴	m ⁴	1 cm ⁴ = 10 ⁻⁸ m ⁴
Contraintes	daN/mm ² N/mm ²	N/m ² = Pa N/m ² = Pa	1 daN/mm ² = 10 ⁷ Pa 1 N/mm ² = 1 MN/m ² = 1 MPa
Surcharges	daN/m ² kN/m ²	N/m ² = Pa N/m ² = Pa	1 daN/m ² = 10 Pa 1 kN/m ² = 10 ³ Pa

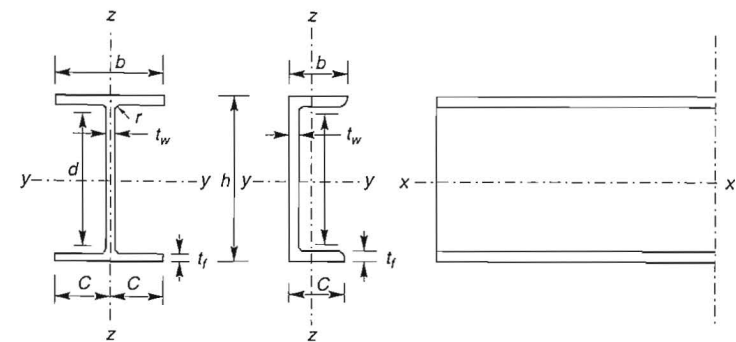
En outre, nous assimilerons les décanewtons aux kilogrammes (1 daN = 1 kg), alors qu'en toute rigueur $1 \text{ daN} = \frac{1 \text{ Kgf}}{0,981} = 1,02 \text{ kg}$. L'erreur commise, de 2 %, est négligeable, compte tenu de la précision générale des calculs.

SYSTÈME DE REPÉRAGE

Le système utilisé est un système d'axes de coordonnées cartésiennes liées à la section, dont l'origine passe par le centre de gravité de la section.

Comme le montre la figure 1 :

- l'axe des y est l'axe de plus forte inertie,
- l'axe des z est l'axe de plus faible inertie,
- l'axe des x est l'axe longitudinal perpendiculaire à la section.



- Figure 1 -

CHAPITRE 1

MATÉRIAUX, CONTRAINTES

1.1. LE MATÉRIAU ACIER

L'acier est un matériau constitué essentiellement de fer et d'un peu de carbone, qui sont extraits de matières premières naturelles tirées du sous-sol (mines de fer et de charbon). Le carbone n'intervient, dans la composition, que pour une très faible part (généralement inférieure à 1 %).

Outre le fer et le carbone, l'acier peut comporter d'autres éléments qui leur sont associés :

- soit involontairement : phosphore, soufre... qui sont des impuretés et qui altèrent les propriétés des aciers,
- soit volontairement : ce sont notamment le silicium, le manganèse, le nickel, le chrome, le tungstène, le vanadium, etc., qui ont pour propriété d'améliorer les caractéristiques mécaniques des aciers (résistance à la rupture, dureté, limite d'élasticité, ductilité, résilience, soudabilité...). On parle, dans ces cas, d'aciers alliés.

L'acier est généralement obtenu par une opération en 2 phases :

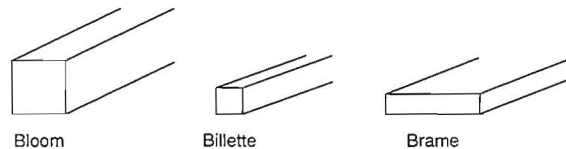
- 1^{re} phase : l'introduction et la combustion de minerai de fer, de coke et de castine dans un haut-fourneau permet l'obtention de la fonte (matériau à plus de 1,7 % de carbone) ;
- 2^e phase : il est procédé à la conversion de la fonte liquide en acier, à une température de 1 500 °C environ, sous insufflation d'oxygène. Cette opération s'effectue dans un convertisseur et à pour objet de décarburer la fonte. L'acier obtenu ne possède plus qu'un faible pourcentage de carbone. Une autre technique d'élaboration par arc électrique se développe actuellement.

Classification des aciers selon leur teneur en carbone

	Matériaux	Teneur en carbone	Utilisation
Aciers	- aciers doux	$0,05 \% < C < 0,3 \%$	charpente, boulons
	- aciers mi-durs	$0,3 \% < C < 0,6 \%$	rails, pièces forgées
	- acier dur	$0,6 \% < C < 0,75 \%$	outils
	- aciers extra-durs	$0,75 \% < C < 1,20 \%$	outils, poinçons
	- aciers sauvages	$1,20 \% < C < 1,70 \%$	pièces spéciales
Fontes	- fontes hypo-eutectiques	$1,70 \% < C < 4,50 \%$	pièces coulées, culasses moteurs, bâtis machines
	- fontes hyper-eutectiques	$4,50 \% < C < 6,30 \%$	

Par le procédé de la coulée continue, l'acier est d'abord formé en demi-produits.

L'acier liquide est coulé dans une lingotière en cuivre de section carrée ou rectangulaire selon le demi-produit fabriqué. Le métal commence à former une peau solide dans la lingotière violemment refroidie à l'eau. Il est tiré vers le bas par un jeu de rouleaux et achève de se solidifier. À la base de l'installation, on extrait une barre solide, carrée ou rectangulaire qui est découpée en tronçons de la longueur désirée.



- Figure 2 -

Enfin, une dernière étape consiste à laminier les demi-produits, c'est-à-dire à étirer et écraser le métal pour lui donner les dimensions et les formes souhaitées. On fabrique ainsi des produits plats (plaques et tôles) à partir de brames et des produits longs (poutrelles, rails, barres, fils...) à partir de blooms et de billettes. Le laminage s'effectue à chaud (environ 1 000 degrés).

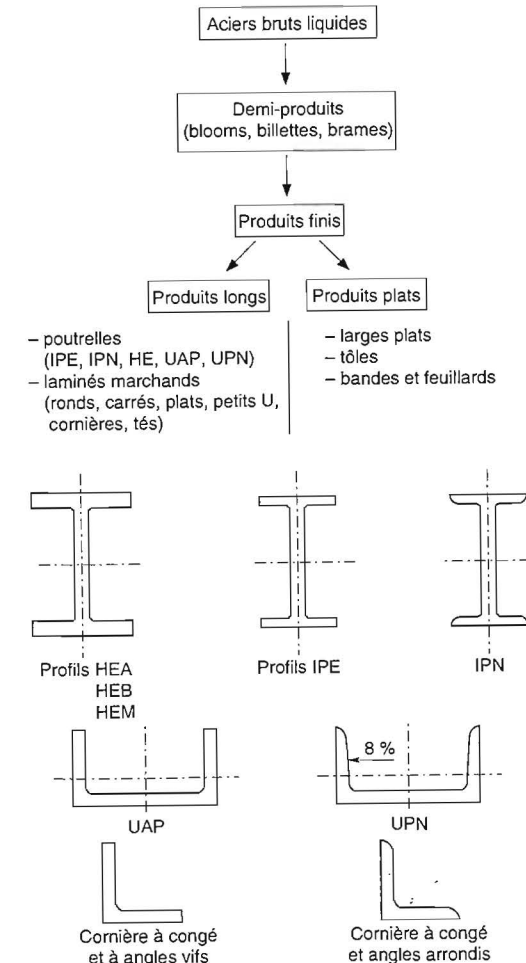
L'opération consiste à entraîner et écraser le métal chaud entre deux cylindres tournant en sens inverse l'un de l'autre. Les cylindres sont lisses pour les produits plats et à cannelures pour les produits longs (profilés).

En répétant plusieurs fois l'opération, on obtient un produit de plus en plus mince et de plus en plus long, à la forme souhaitée.

Par exemple, à partir d'une brame de 10 m de long, 2 m de large et 25 cm d'épaisseur, on obtient une bobine de tôle de plus d'1 km de long et de 2 mm d'épaisseur.

1.2. LES PRODUITS SIDÉRURGIQUES

Les produits sidérurgiques employés en construction métallique sont obtenus par laminage à chaud. Leurs dimensions et caractéristiques sont normalisées et répertoriées sur catalogues.



- Figure 3 -

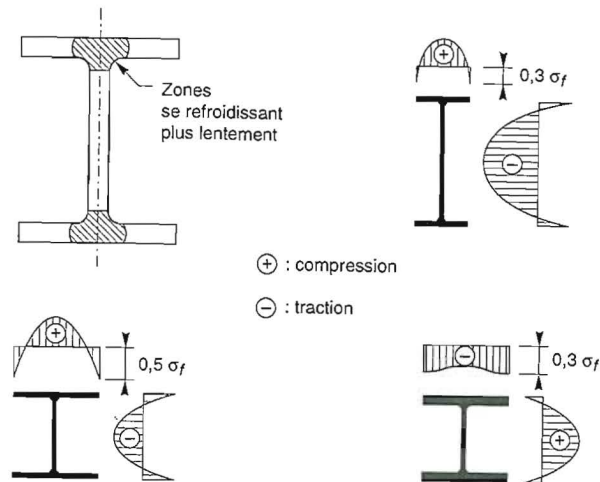
1.2.1. CONTRAINTES RÉSIDUELLES RÉSULTANT DU LAMINAGE

Le laminage à chaud entraîne, par refroidissement inégal des différentes zones des profilés, des champs de contraintes rémanentes, ou tensions internes.

La zone de jonction de l'âme et des membrures d'un profilé en H se refroidit plus lentement que l'âme et les ailes proprement dites.

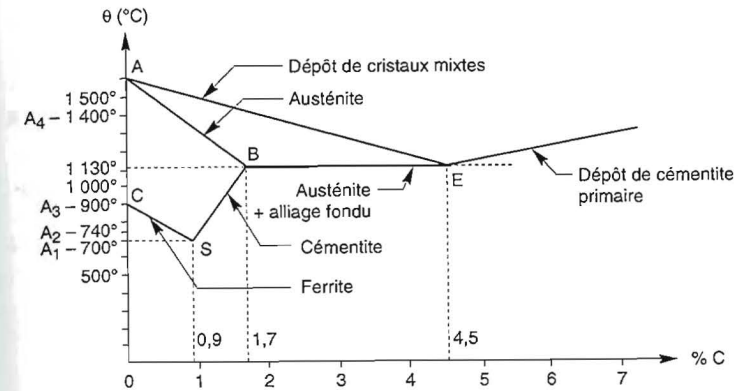
Les contraintes peuvent atteindre une fraction importante de la limite élastique : la figure récapitule des mesures dues à Thurlimann.

Un traitement de normalisation et de recuit fait en grande partie disparaître les tensions internes, mais réduit la limite élastique.



- Figure 4 -

1.2.2. TRAITEMENTS THERMIQUES

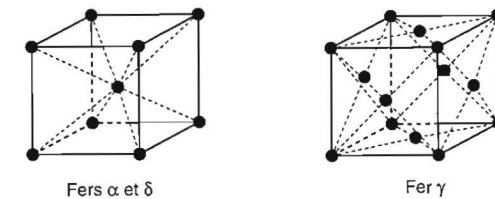


- Figure 5 -

Pour une composition chimique donnée, les traitements thermiques permettent de modifier considérablement les caractéristiques d'un acier, notamment du fait de l'existence de plusieurs formes de cristaux du fer, évolutives selon la température.

Un traitement thermique est un cycle de "réchauffement / refroidissement", réalisé dans une plage de températures bornée et selon un gradient thermique précis. Ses buts sont de modifier la résistance de l'acier (limites élastique et de rupture), sa composition physico-chimique ou sa structure cristalline.

L'une des caractéristiques essentielles du fer pur est de se présenter sous deux formes allotropiques différentes, suivant la température :



- Figure 6 -

- de la température ordinaire jusqu'à 910 °C (que l'on appelle "point A.3") : les atomes du fer sont répartis suivant un réseau cubique centré (au sommet et au centre du cube), c'est le fer α ;

- de 910 °C à 1 390 °C environ : les atomes du fer se placent suivant un réseau cubique à faces centrées (au sommet et au centre des faces des cubes), est le fer γ ;
- au-delà de 1 390 °C : les atomes se retrouvent suivant la disposition des cubes centrés. Il est d'usage d'appeler cette forme le fer δ ;
- à 1 593 °C : le fer devient liquide.

La vitesse de refroidissement joue un rôle capital sur la structure de l'acier.

Considérons trois traitements différents et étudions la structure et la limite de rupture d'un acier à 0,35 % de carbone.

	Refroidissement lent	Refroidissement normal	Refroidissement brutal
Limite de rupture	600 MPa	700 MPa	120 MPa
Structure			

- Figure 7 -

On constate que la limite de rupture et la dureté croissent avec la vitesse de refroidissement.

Dans le premier cas, refroidissement lent et recuit, on a des inclusions de points noirs (la cémentite) à l'intérieur des cristaux de fer (ferrite).

Dans le deuxième cas, refroidissement normal (trempe à l'air), on a une structure plus fine en lamelles de ferrite et de cémentite.

Dans le troisième cas, refroidissement brutal (trempe à l'eau), on a une fine structure homogène que l'on appelle la martensite. La structure martensitique est fragile et peut initier des fissures. Dans les structures soudées, le métal est porté en fusion et subit une trempe à l'air. Si on ne prend pas de précaution thermique, la zone de soudage peut se transformer en structure martensitique donc dangereuse.

1.2.3. PROTECTION CONTRE LA CORROSION

Les produits finis en acier sont généralement livrés bruts. Ils sont sujets à la corrosion, qui se manifeste par l'apparition en surface des pièces de :

- calamine, qui est un oxyde dur né en cours de laminage ;
- rouille, qui est une gamme d'oxydes résultant d'un phénomène électrochimique engendré par l'humidité de l'atmosphère.

Pour assurer la protection des aciers contre l'oxydation, il faut réaliser d'abord un traitement de surface (grenaillage ou décapage à l'acide), puis appliquer ensuite une protection, réalisée par :

- des peintures : glycérophthaliques, vinyliques, au caoutchouc, bitumineuses, époxydiques, polyuréthanes, etc., selon les caractéristiques du milieu et les exigences imposées ;
- des revêtements métalliques :
 - galvanisation par dépôt électrolytique,
 - galvanisation au trempé,
 - métallisation,
 - shérardisation (zinc),
 - chromatisation (chrome).

Les épaisseurs de zinc varient de 20 à 100 microns.

Les forges livrent aujourd'hui des produits grenaillés prépeints, des aciers patinables (type Corten) autoprotégés contre la corrosion après 2 ou 3 ans, et des aciers inoxydables.

1.3. ESSAIS DE CONTRÔLE DES ACIERS

Les essais normalisés de contrôle des aciers sont de deux types :

- *Les essais destructifs*, qui renseignent sur les qualités mécaniques des aciers. Ce sont :
 - l'essai de traction qui permet de mesurer le module d'élasticité longitudinal E , le coefficient de Poisson, les contraintes limite d'élasticité et de rupture, l'allongement à rupture,
 - l'essai de dureté, qui étudie la pénétration d'une bille ou d'une pointe dans l'acier, et qui définit des degrés de dureté (duretés Brinell, Rockwell, Vickers),
 - l'essai de résilience, qui permet de mesurer l'aptitude d'un acier à rompre par choc,

- l'essai de pliage,
 - l'essai de fatigue, etc.
- Les essais non destructifs, qui renseignent sur la composition et la structure des aciers. Ce sont :
- la macrographie, c'est-à-dire l'examen visuel d'une surface polie traitée à l'acide,
 - la micrographie, c'est-à-dire l'examen visuel au microscope des cristaux, qui permet de déterminer notamment la teneur en carbone,
 - la radiographie, par rayons X (en laboratoire) ou rayons gamma (sur chantier), permet de déceler les défauts, cavités ou fissures internes des pièces, notamment des soudures,
 - les ultrasons, enfin.

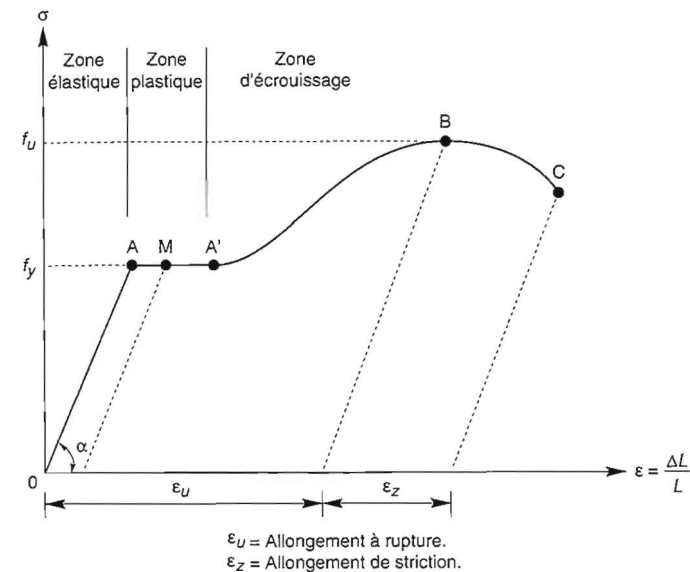
Nous nous bornerons ici à expliciter uniquement l'essai de traction, qui est le plus classique et le plus révélateur de données physiques.

1.3.1. ESSAI DE TRACTION

Il est pratiqué sur une éprouvette cylindrique, soumise à un effort de traction progressif, croissant de zéro à la rupture (Norme NF A. 03101). Un enregistrement graphique mesure l'allongement de l'éprouvette en fonction de l'effort de traction appliqué (ou de la contrainte). On obtient un diagramme effort / déformation, selon la figure 8 ci-après.

Ce diagramme se décompose en 4 phases :

- phase OA : zone rectiligne, pour laquelle les allongements sont proportionnels aux efforts appliqués. C'est la zone élastique, qui est réversible, car si l'on supprime l'effort de traction, la barre revient à sa longueur initiale ($\Delta L/L = 0$) ;
- phase AA' : palier horizontal, qui traduit un allongement sous charge constante. Il y a écoulement du matériau. C'est la zone plastique. À partir de A (par exemple, en M), si on supprime l'effort de traction, le retour à l'équilibre se fait selon une droite MM' , parallèle à OA , et la pièce conserve un allongement rémanent OM' ;
- phase $A'B$: la charge croît à nouveau avec les allongement jusqu'au point B ;
- phase BC : l'allongement continue, bien que la charge soit décroissante, jusqu'au point C , qui correspond à la rupture. Dans cette dernière phase, la déformation plastique est localisée dans une faible portion de l'éprouvette et n'est plus homogène. Il y a striction.



– Figure 8 –

Ce diagramme permet de mesurer :

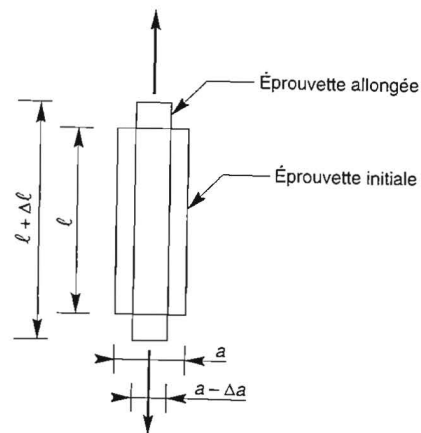
- la limite d'élasticité f_y qui est la contrainte à partir de laquelle les allongements deviennent permanents, et qui correspond sensiblement au seuil à partir duquel il n'y a plus proportionnalité entre contrainte et allongement, c'est-à-dire le point A. Conventionnellement, la limite d'élasticité f_y est définie comme la contrainte correspondant à un allongement rémanent de 0,2 %.
- la contrainte de rupture à la traction f_u , qui correspond au point B,
- le module d'élasticité longitudinal de l'acier E :

$$E = \frac{\sigma}{\Delta L/L} = 210\,000 \text{ MPa}$$

- l'allongement à rupture A_R , l'allongement de striction A_Z et donc l'allongement total,
- le module d'élasticité transversal de l'acier G :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = 84\,000 \text{ MPa}$$

– le coefficient de Poisson ν :



$$\frac{\Delta a}{a} = -\nu \times \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

$$\nu = 0,25 \text{ à } 0,30$$

– Figure 9 –

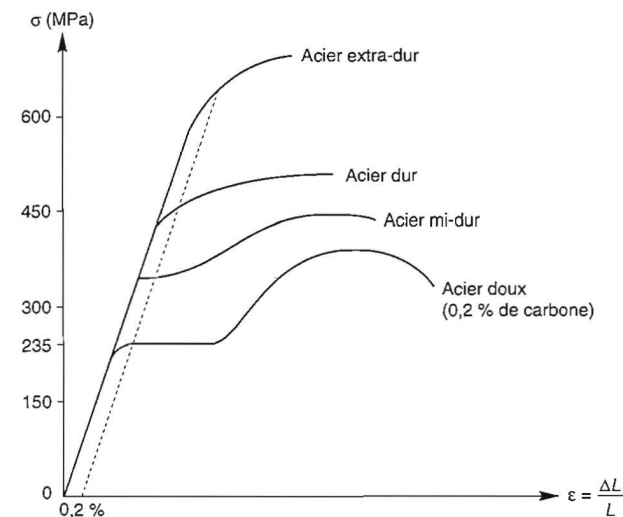
1.3.2. PLASTICITÉ DE L'ACIER : RÉSERVE DE SÉCURITÉ

Le palier de ductilité AA' est particulièrement important en construction métallique, car il représente une réserve de sécurité. En effet, il peut arriver que localement, dans une structure, des pièces soient sollicitées au-delà de cette limite élastique. Elles disposent, dans ce cas, du palier AA' pour se décharger dans des zones avoisinantes. On dit qu'il y a adaptation plastique.

Plus la teneur en carbone des aciers augmente, plus f_y augmente, plus le palier de ductilité se raccourcit et plus l'allongement à rupture diminue. La sécurité est donc inversement proportionnelle au taux de carbone. C'est pourquoi seuls les aciers doux (à faible taux de carbone) sont autorisés en construction métallique. Le taux moyen de carbone étant de 0,2 % (voir figure 10 ci-après).

Cette notion de plasticité/sécurité est très importante. En effet, lorsqu'une pièce est excessivement sollicitée, au-delà de la limite d'élasticité f_y , si elle est constituée en acier dur ou en fonte, elle va périr par rupture brutale, sans présenter au préalable de signe ou de déformation prémonitoire. En revanche, une pièce en acier doux va présenter de grandes déformations, qui vont prévenir du danger latent.

En outre, la zone surcontrainte va, en se plastifiant, se déformer et se dérober, ce qui va provoquer le report des contraintes excessives sur des zones ou des pièces voisines non saturées.



– Figure 10 –

Les structures métalliques ont donc, grâce à la ductilité de l'acier, la faculté d'équilibrer les zones de contraintes, par ce qu'il est convenu d'appeler l'adaptation plastique.

Alors que les règles CM 66 ne tenaient que sommairement compte de cette possibilité pour les pièces fléchies (par l'introduction d'un coefficient d'adaptation plastique ψ), l'Eurocode, au contraire est établi sur la base de ce comportement élastoplastique de l'acier.

1.4. CARACTÉRISTIQUES DES ACIERS NORMALISÉS

Les divers aciers de construction sont réglementés par la norme européenne EN 10025 (publiée en octobre 1990 par l'AFNOR, en remplacement de l'ancienne norme NF A 35.501 d'avril 1987).

Cette norme définit des nuances d'acier, qui correspondent à leurs caractéristiques mécaniques.

Elle définit également, pour une nuance donnée, des classes de qualité (JR, JO, J2, G3) qui se distinguent entre elles par leur soudabilité notamment.

Cette norme concerne les aciers non alliés, laminés à chaud et destinés à la fabrication d'éléments de construction, soudés ou non, et qu'il s'agisse de produits plats aussi bien que de produits longs.

Nous nous limitons en construction à trois nuances principales d'acier (S.235 dans la majorité des cas, S.275 et S.355 plus rarement, par exemple pour les ouvrages d'art), qui correspondent aux exigences du calcul en plasticité.

En effet, le calcul en plasticité peut être utilisé dans l'analyse globale des structures ou de leurs éléments, à la condition que l'acier satisfasse aux trois exigences suivantes :

- la contrainte à la rupture en traction f_u doit être supérieure de 20 % au moins à la limite d'élasticité f_y : $f_u \geq 1,2 f_y$;
- l'allongement à rupture ε_u doit être supérieur à 15 % : $\varepsilon_u \geq 0,15$;
- l'allongement à rupture ε_u (correspondant à f_u) doit être supérieur à 20 fois l'allongement ε_y (correspondant à f_y) : $\varepsilon_u \geq 20 \varepsilon_y$.

Les trois nuances d'acier figurant dans le tableau suivant satisfont à ces trois exigences.

Caractéristiques mécaniques des Aciers en fonction de leur épaisseur t	Nuances d'Aciers		
	S.235	S.275	S.355
Limites élastique f_y (MPa)			
$t \leq 16$ mm	235	275	355
$16 < t \leq 40$ mm	225	265	345
$40 < t \leq 63$ mm	215	255	335
Contrainte de rupture en traction f_u (MPa)			
$t \leq 3$ mm	360/510	430/580	510/680
$3 < t \leq 100$ mm	340/470	410/560	490/630
Allongement minimal moyen ε			
$t \leq 3$ mm	18 %	15 %	15 %
$3 < t \leq 150$ mm	23 %	19 %	19 %

1.4.1. TOLÉRANCES DE LAMINAGE

Les calculs de résistance sont établis sur la base de sections théoriques parfaites de poutrelles, qui sont différentes des sections réelles obtenues après laminage.

Les sections réelles présentent cinq types principaux de défauts :

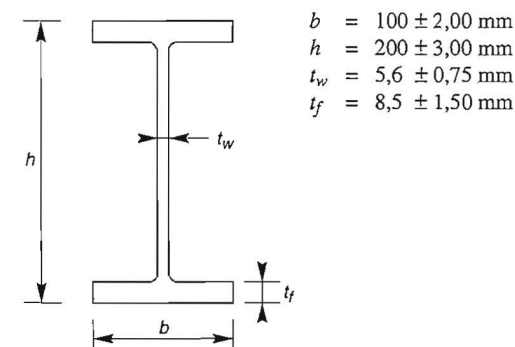
- défauts de dimensions : les dimensions géométriques des sections sont peu précises – les tolérances varient de 1 % sur la hauteur à plus de 15 % sur l'épaisseur des ailes, pour des poutrelles IPE ou HE ;
- défauts d'équerrage : les ailes ne sont pas rigoureusement orthogonales à l'âme ;
- défauts de symétrie : les largeurs d'ailes ne sont pas exactement identiques ;
- défauts d'incurvation : l'âme peut être incurvée (flèche de 1 à 2 mm) ;
- défauts de dressage : la fibre moyenne des poutrelles peut être incurvée (flèche de 2 à 3 ‰ de la portée).

Ces différents défauts peuvent contribuer à diminuer l'inertie du profilé, à provoquer des moments de torsion, des phénomènes de voilement, etc.

Pour en tenir compte dans les calculs, plutôt que de minorer les sections et les inerties ou d'entreprendre des calculs difficiles et aléatoires, on majore en fait les charges par des coefficients de pondération. Le coefficient 1,35 appliqué aux poids propres se justifie notamment, entre autres, pour cette raison.

Pour bien montrer l'importance des erreurs commises sur le calcul des inerties et des contraintes, du fait des tolérances dimensionnelles des poutrelles, prenons un exemple.

Soit une poutrelle IPE 200, dont les tolérances de laminage (fixées par la norme NF A 45206) sont les suivantes :



– Figure 11 –

Le moment d'inertie de la poutrelle, en ne retenant que l'inertie des 2 ailes, par souci de simplification, vaut :

$$I = b t_f \frac{h^2}{2}$$

La tolérance sur le moment d'inertie vaut :

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta t_f}{t_f} + 2 \frac{\Delta h}{h}$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{2}{100} + \frac{1,5}{8,5} + 2 \times \frac{3}{200} = \frac{45}{200} = 22,5 \%$$

La contrainte de flexion simple vaut :

$$\sigma_f = \frac{M v}{I}, \text{ avec } v = \frac{h}{2}$$

$$\text{Soit : } \sigma_f = \frac{M h}{2 I}$$

La tolérance sur la contrainte, pour un moment M donné, vaut donc :

$$\frac{\Delta \sigma_f}{\sigma_f} = \frac{\Delta h}{h} - \frac{\Delta I}{I} = 21 \%$$

Les tolérances de laminage peuvent donc conduire à une sous-évaluation de la contrainte de flexion de 21 %.

L'application du coefficient 1,35 aux charges permanentes (soit + 35 %) permet d'augmenter le moment M dans les mêmes proportions et de compenser la minoration possible de 21 %.

1.4.2. CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES DES ACIERS

Les valeurs des principales caractéristiques mécaniques des aciers de construction sont :

- module d'élasticité longitudinale : $E = 210\,000 \text{ MPa}$;
- coefficient de Poisson : $\nu = 0,3$;
- module d'élasticité transversale : $G = 81\,000 \text{ MPa}$;
- coefficient de dilatation linéaire : $\lambda = 11 \cdot 10^{-6}$;
- masse volumique de l'acier : $\rho = 78,50 \text{ kN/m}^3$;
- contrainte limite élastique de cisaillement pur (critère de Von Mises) :

$$\tau_e = \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 0,58 \cdot f_y$$

1.5. ACIER/BÉTON : AVANTAGES, INCONVÉNIENTS

Par rapport aux structures en béton, armé ou précontraint, les structures métalliques présentent de nombreux avantages, et certains inconvénients.

Principaux avantages :

- industrialisation totale : Il est possible de préfabriquer intégralement des bâtiments en atelier, avec une grande précision et une grande rapidité (à partir des laminés). Le montage sur site, par boulonnage, est d'une grande simplicité ;
- transport aisé, en raison du poids peu élevé, qui permet de transporter loin, en particulier à l'exportation ;
- résistance mécanique :
 - la grande résistance de l'acier à la traction permet de franchir de grandes portées,
 - la possibilité d'adaptation plastique offre une grande sécurité,
 - la tenue aux séismes est bonne, du fait de la ductilité de l'acier, qui résiste grâce à la formation de rotules plastiques et grâce au fait que la résistance en traction de l'acier est équivalente à sa résistance en compression, ce qui lui permet de reprendre des inversions de moments imprévus ;
- modifications : les transformations, adaptations, surélévations ultérieures d'un ouvrage sont aisément réalisables ;
- possibilités architecturales beaucoup plus étendues qu'en béton.

Principaux inconvénients :

- résistance en compression moindre que le béton ;
- susceptibilité aux phénomènes d'instabilité élastique, en raison de la minceur des profils ;
- mauvaise tenue au feu, exigeant des mesures de protection onéreuses ;
- nécessité d'entretien régulier des revêtements protecteurs contre la corrosion, pour assurer la pérennité de l'ouvrage.

CHAPITRE 2

LES ASSEMBLAGES

2.1. GÉNÉRALITÉS

2.1.1. RÔLE DES ASSEMBLAGES

Un assemblage est un dispositif qui permet de réunir et de solidariser plusieurs pièces entre elles, en assurant la transmission et la répartition des diverses sollicitations entre les pièces, sans générer de sollicitations parasites notamment de torsions.

Pour réaliser une structure métallique, on dispose de pièces individuelles, qu'il convient d'assembler :

- soit bout à bout (éclissages, raboutages),
- soit concourantes (attaches poutre/poteau, treillis et systèmes reticulés).

Pour conduire les calculs selon les schémas classiques de la résistance des matériaux, il y a lieu de distinguer, parmi les assemblages :

- les assemblages articulés, qui transmettent uniquement les efforts normaux et tranchants,
- les assemblages rigides, qui transmettent en outre les divers moments.

Cette dichotomie est en fait une simplification pour mener les calculs, car, en réalité, les assemblages ont un comportement intermédiaire (semi-articulés, semi-encastres, semi-rigides).

Les articulations, réalisées par boulonnage, n'ont pas l'apparence d'articulations classiques. Le critère caractéristique réside en fait dans la flexibilité à proximité du nœud.

2.1.2. FONCTIONNEMENT DES ASSEMBLAGES

Les principaux modes d'assemblage sont :

- le rivetage,
- le boulonnage,
- le soudage,
- le collage,

qui correspondent à deux types de fonctionnement distincts : obstacle et/ou adhérence.

FONCTIONNEMENT PAR OBSTACLE

C'est le cas des boulons ordinaires, non précontraints, dont les tiges reprennent les efforts et fonctionnent en cisaillement.

FONCTIONNEMENT PAR ADHÉRENCE

Dans ce cas, la transmission des efforts s'opère par adhérence des surfaces des pièces en contact. Cela concerne le soudage, le collage, le boulonnage par boulons HR.

FONCTIONNEMENT MIXTE

C'est le cas du rivetage (et dans les cas extrêmes, du boulonnage HR), à savoir que les rivets assurent la transmission des efforts par adhérence des pièces jusqu'à une certaine limite, qui lorsqu'elle est dépassée, fait intervenir les rivets par obstacle, au cisaillement.

2.1.3. PRÉCAUTIONS CONSTRUCTIVES

Les assemblages constituent des zones particulières plus fragiles que les zones courantes des pièces, car les sections sont réduites du fait des perçages ou la nature de l'acier affaiblie par la chauffe du soudage. En outre, les assemblages sont soumis à des sollicitations qui peuvent s'inverser et les contraintes peuvent changer de sens (une poutre de charpente peut fléchir dans le sens positif sous charge de neige et dans le sens négatif sous soulèvement par le vent).

C'est pourquoi il faut être particulièrement vigilant dans la conception et le calcul des assemblages, afin de se prémunir contre tout risque de rupture brutale.

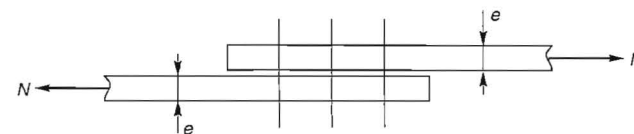
Les assemblages peuvent être considérés comme autant de "talons d'Achille" dans une structure, et les Anciens ont coutume de dire qu'une charpente sous-dimensionnée, mais correctement assemblée, est préférable à une charpente correctement dimensionnée, mais mal assemblée.

Dans le premier cas, la réserve de plasticité autorisera l'apparition de grandes déformations, qui préviendront du risque possible.

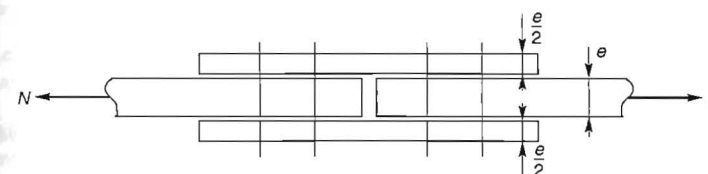
En revanche, dans le second cas, aucune déformation prémonitoire ne sera observable avant la rupture brutale.

Mais un bon dimensionnement n'est pas suffisant, si la conception n'est pas correcte. Il faut assurer, au travers de l'assemblage, la transmission parfaite des forces, afin de ne pas créer d'efforts ou de moments secondaires parasites. Pour cela, quelques précautions élémentaires sont à prendre :

Il faut proscrire tout assemblage par recouvrement simple (figure A) et utiliser un assemblage symétrique par double couvre-joint (figure B).

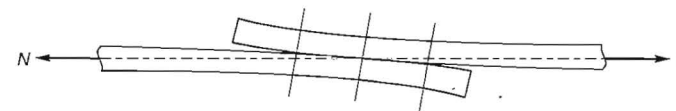


- Figure 12-A -



- Figure 12-B -

En effet, dans le cas de la figure A, la dissymétrie crée un moment de flexion parasite et l'assemblage se déforme, comme le montre la figure C.

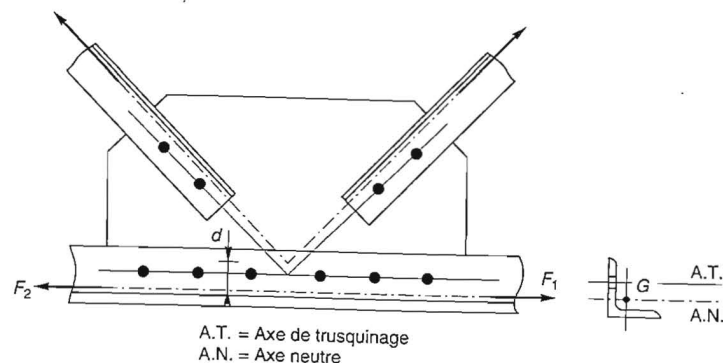


- Figure 12-C -

Il faut par ailleurs s'assurer que les axes neutres des barres soient concourants aux nœuds des treillis dans les systèmes réticulés. Ce n'est souvent pas le cas pour les

treillis réalisés en cornières, du fait de la non-superposition des axes neutres et des axes de trusquinage. Il convient alors de prendre en compte les majorations des contraintes engendrées par les moments secondaires, tant au niveau des barres qu'au niveau du gousset (ligne de déchirure).

Dans le cas de la figure D, le moment secondaire vaut : $M = (F_2 - F_1) \cdot d$.



- Figure 12-D -

Nous allons examiner successivement :

- les assemblages par boulons ordinaires,
- les assemblages par boulons précontraints,
- les assemblages par soudures.

Nous délaierons :

- les assemblages par rivets, pratiquement abandonnés de nos jours, du fait des difficultés inhérentes à leur mise en œuvre (particulièrement sur chantiers). Le rivetage reste cependant très utilisé pour assembler les tôles fines, les bardages, mais il s'agit dans ces cas de petits rivets "pop", scellés pneumatiquement, qui ne relèvent pas, à proprement parler, de la construction métallique ;
- les assemblages par collages, peu utilisés, car il s'agit d'une technique non encore réglementée, qui exige une préparation des surfaces particulièrement méticuleuse, sans laquelle les colles (résines de synthèse), bien qu'extrêmement performantes, ne peuvent garantir la cohésion suffisante des assemblages.

2.1.4. CLASSIFICATION DES ASSEMBLAGES

Les assemblages peuvent être classés en fonction de :

- leur rigidité,
- leur résistance.

A. CLASSIFICATION PAR RIGIDITÉ

Assemblages désignés comme articulations

Un assemblage peut être considéré comme articulé s'il ne peut développer des moments significatifs qui seraient susceptibles d'exercer une influence défavorable sur les éléments de la structure.

Les assemblages de type articulé doivent être capables de transmettre les efforts calculés lors de leur conception ainsi que d'accepter les rotations qui en résultent.

Assemblages rigides

Un assemblage peut être considéré comme rigide si sa déformation n'a pas d'influence significative sur la répartition des efforts et des moments dans la structure, ni sur la déformation d'ensemble de celle-ci.

Les déformations des assemblages rigides ne doivent pas conduire à une réduction de la résistance de la structure supérieure à 5 %.

Les assemblages rigides doivent être capables de transmettre les efforts et moments calculés lors de leur dimensionnement.

Assemblages semi-rigides

Les assemblages qui ne satisfont pas aux critères concernant les assemblages rigides ou les assemblages articulés seront classés comme des assemblages semi-rigides.

Les assemblages semi-rigides doivent permettre de prévoir le niveau d'interaction entre les éléments structuraux, en se basant sur les caractéristiques moment-rotation des nœuds.

Ils doivent également être aptes à transmettre les efforts et moments calculés lors de leur conception.

B. CLASSIFICATION PAR RÉSISTANCE

Assemblage de type articulé

Un assemblage de type articulé doit être à même de transmettre les efforts calculés, sans développer de moments significatifs qui pourraient exercer une influence défavorable sur les éléments de la structure.

La capacité de rotation d'un assemblage de type articulé doit être suffisante pour permettre la formation de toutes les rotules plastiques nécessaires sous les charges de calcul.

Assemblage à résistance complète

On peut considérer qu'un assemblage est à résistance complète si sa résistance de calcul est au moins égale à la plus grande des résistances des éléments structuraux connectés.

Si la capacité de rotation d'un assemblage à résistance complète est limitée, les effets d'un dépassement éventuel de cette résistance doivent être pris en compte. Si la résistance de calcul d'un assemblage est égale à au moins 1,2 fois la résistance plastique de calcul de l'élément structural, il n'est pas nécessaire de vérifier sa capacité de rotation.

La rigidité de l'assemblage doit être telle qu'aucune des capacités de rotation des rotules plastiques nécessaires ne soit dépassée sous les charges de calcul.

Assemblages à résistance partielle

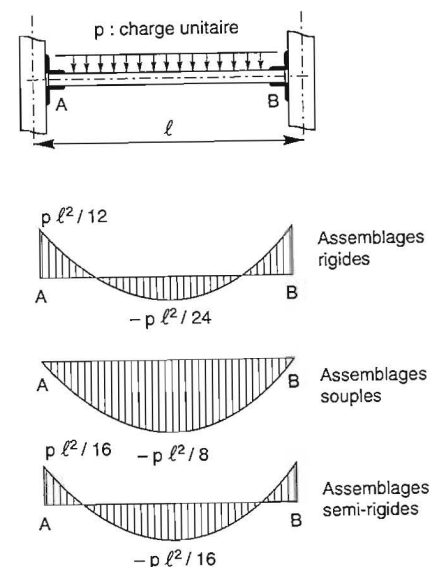
La résistance d'un assemblage à résistance partielle est par définition inférieure à celle de l'élément structural assemblé.

La capacité de rotation d'un assemblage à résistance partielle au droit duquel se forme une rotule plastique doit être suffisante pour permettre le développement de toutes les rotules plastiques nécessaires sous les charges de calcul.

La capacité de rotation peut être démontrée expérimentalement. Cette démonstration expérimentale n'est pas requise lorsque l'on utilise des dispositions constructives dont la pratique a démontré qu'elles avaient les propriétés adéquates.

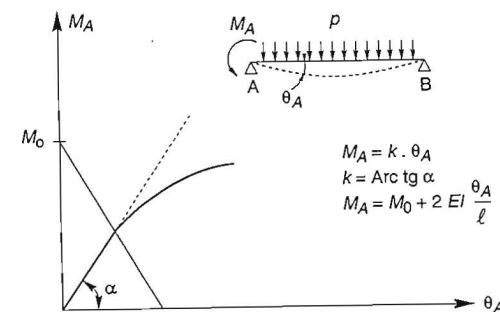
La rigidité d'un assemblage à résistance partielle doit être telle qu'aucune des capacités de rotation des rotules plastiques nécessaires ne soit dépassée sous les charges de calcul.

La figure 13 montre l'intérêt des assemblages semi-rigides (moment en travée et moment sur appuis égaux).



- Figure 13 -

Diagrammes de moment fléchissant avec divers modes de liaison

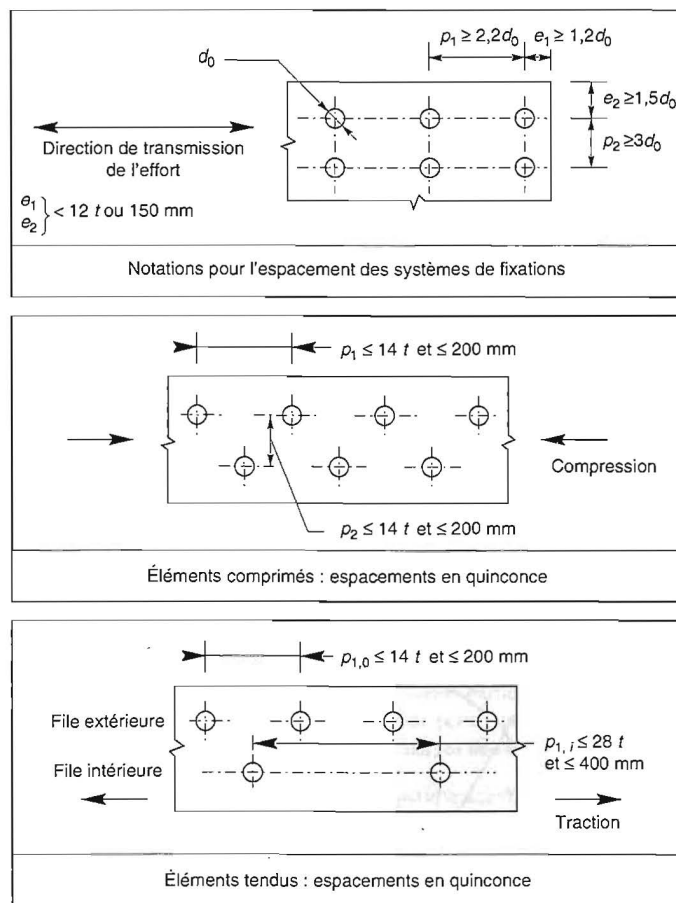


- Figure 14 -

Fonctionnement d'une traverse avec des liaisons semi-rigides

2.2. LES ASSEMBLAGES BOULONNÉS

Ils sont réglementés par l'Eurocode 3 (chapitre 6.5).



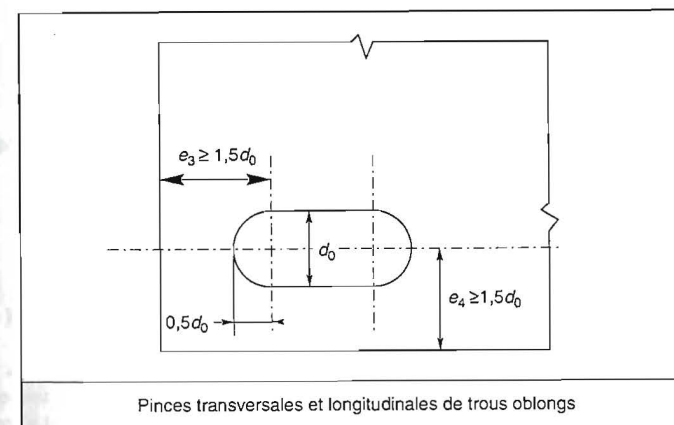
- Figure 15 -

2.2.1. DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES

A. POSITIONNEMENT DES BOULONS

Les distances entre axes des boulons ainsi qu'entre axes des boulons et bords des pièces (pinces) sont limitées par :

- des valeurs minimales :
 - pour faciliter la mise en place des boulons,
 - pour permettre le passage des clés,
 - pour éviter le déchirement des tôles (à la manière des timbres-poste) ;
- des valeurs maximales :
 - pour conserver un bon contact entre les pièces assemblées (ce qui augmente le frottement et limite les risques de corrosion),
 - pour éviter des assemblages trop longs (cf. paragraphe suivant).



- Figure 16 -

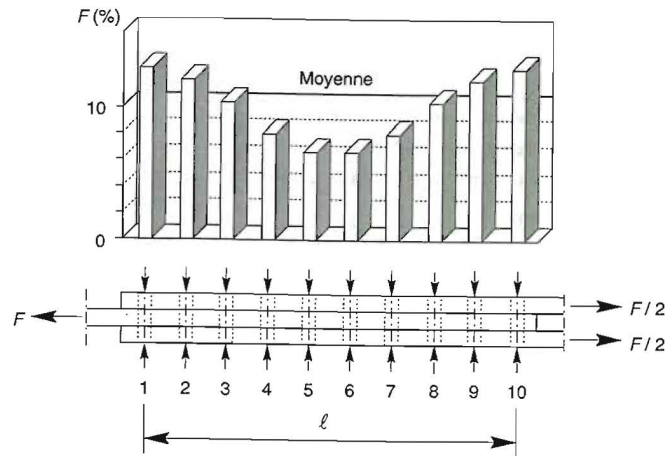
B. EFFET DE LA LONGUEUR DE L'ASSEMBLAGE

L'étude des assemblages sollicités au cisaillement a mis en évidence l'influence de la longueur de l'assemblage sur la charge de ruine. Les plus grandes déformations se situent aux extrémités de l'assemblage ; les boulons des extrémités sont donc plus sollicités que les boulons centraux.

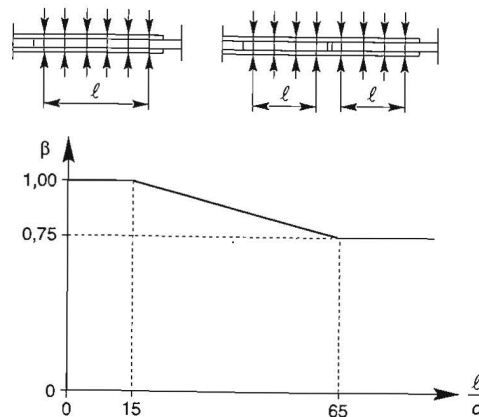
Tous les boulons d'un assemblage sollicité au cisaillement ne transmettent pas la même charge. Lors de la vérification d'un assemblage dont la distance entre le premier et le dernier boulon d'une tôle dépasse 15 fois le diamètre d du boulon, on

tiendra compte de ce phénomène en multipliant la résistance ultime théorique par un facteur de réduction β donné par :

$$\beta = 1 - (\ell - 15 \cdot d) / (200 \cdot d) \text{ avec } 0,75 \leq \beta \leq 1$$



a) Schéma de la répartition effective des efforts repris par chaque boulon



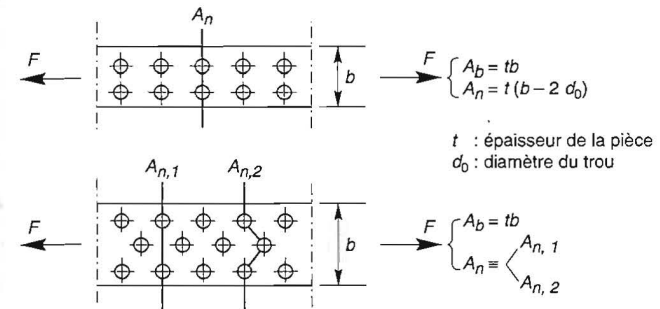
b) Loi de réduction pour le calcul de la résistance ultime d'un assemblage

— Figure 17 —

Influence de la longueur de l'assemblage

C. SECTION NETTE – LIGNES DE RUPTURE

La section nette A_{net} est la section qui présente la plus courte ligne de rupture. Elle est, bien sûr, inférieure à la section brute A et dépend du nombre de trous qu'elle traverse et de leur disposition.



— Figure 18 —

Définition de la section brute A et de la section nette A_{net}

La résistance ultime en traction vaut :

$$N_u = 0,9 \times f_u \times \frac{A_{net}}{\gamma_{M2}} \text{ avec } \gamma_{M2} = 1,25$$

D. EFFET DE LEVIER

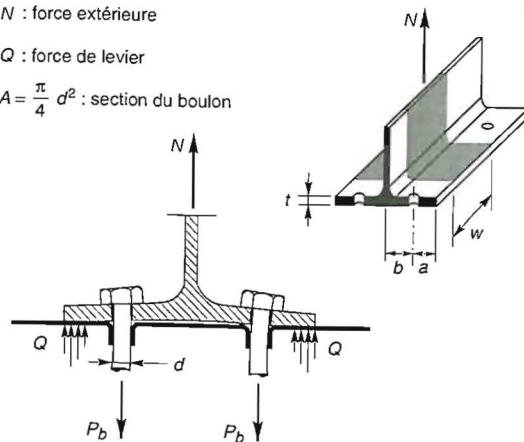
Un assemblage réalisé avec des tôles d'épaisseur insuffisante, se déforme. Cette déformation conduit à une augmentation de l'effort dans le boulon, due à la force Q , appelée force de levier.

Cette force supplémentaire Q peut provoquer une rupture prématurée des boulons. La figure suivante montre l'évolution de la traction P_b dans un boulon précontraint, pour un assemblage sollicité à la traction. La rupture du boulon a lieu pour une force extérieure N_1 plus petite que la charge ultime N_2 d'un assemblage composé de tôles rigides.

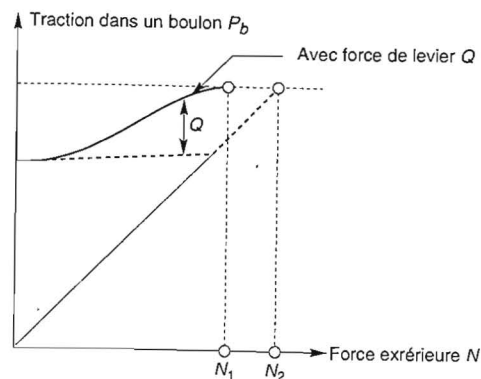
N : force extérieure

Q : force de levier

$A = \frac{\pi}{4} d^2$: section du boulon



a) Déformée de l'assemblage



b) Évolution de la force de traction dans un boulon en fonction de la force extérieure

– Figure 19 –

Une estimation de la force de levier peut être trouvée avec la formule suivante :

$$Q = \left\{ \frac{0,5 - \left(\frac{wt^4}{30 ab^2 A} \right)}{\frac{a}{b} \left[\left(\frac{a}{3b} \right) + 1 \right] + \frac{wt^4}{6 ab^2 A}} \right\} \frac{N}{2}$$

2.2.2. DIMENSIONNEMENT DES BOULONS ORDINAIRES (NON PRÉCONTRAINTS)

A. COEFFICIENTS PARTIELS DE SÉCURITÉ

- Résistance des boulons au cisaillement : $\gamma_{Mb} = 1,25$
- Résistance des boulons à la traction : $\gamma_{Mb} = 1,50$

B. ASSEMBLAGES SOLLICITÉS AU CISAILLEMENT

Dans ce cas, il convient de vérifier :

- d'une part, la résistance au cisaillement des boulons,
- d'autre part, la résistance à la pression diamétrale des pièces.

Résistance des boulons au cisaillement par plan de cisaillement :

- pour les classes de qualité 4.6, 5.6 et 8.8 :

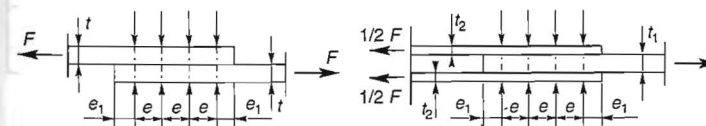
$$F_V = 0,6 \times f_{ub} \times \frac{A_b}{\gamma_{Mb}}$$

- pour les classes de qualité 4.8, 5.8, 6.8, et 10.9 :

$$F_V = 0,5 \times f_{ub} \times \frac{A_b}{\gamma_{Mb}}$$

avec $A_b = A$: aire de la section brute du boulon si le plan de cisaillement passe par la partie non filetée du boulon ;

$= A_s$: aire de la section résistance en traction du boulon si le plan de cisaillement passe par la partie filetée du boulon.



a) Une section cisailée ($m = 1$)

b) Deux sections cisailées ($m = 2$)

– Figure 20 –

Résistance à la pression diamétrale des pièces assemblées

$$F_B = 2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot \frac{t}{\gamma_{Mb}}$$

où α est la plus petite des valeurs suivantes :

$$\frac{\ell_1}{3 d_0}, \frac{P_1}{3 d_0} - \frac{1}{4}, \frac{f_{ub}}{f_u}, 1$$

C. ASSEMBLAGES SOLLICITÉS À LA TRACTION

La résistance en traction des boulons vaut :

$$F_T = 0,9 \cdot f_{ub} \cdot \frac{A_s}{\gamma_{Mb}}$$

D. ASSEMBLAGES SOLLICITÉS SIMULTANÉMENT AU CISAILEMENT ET À LA TRACTION

Les boulons soumis à des efforts combinés de cisaillement V et de traction T , doivent satisfaire aux conditions suivantes :

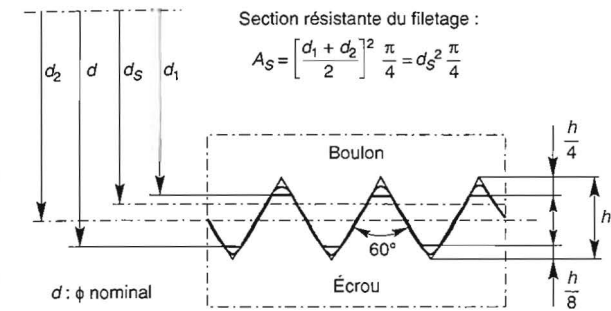
$$\frac{V}{F_v} + \frac{T}{1,4 F_T} \leq 1$$

E. VALEUR DE LA SECTION RÉSISTANTE A_s DES BOULONS À LA TRACTION

Diamètre nominal du boulon d (mm)	14	16	18	20	22	24	27	30
Section résistante A_s (mm ²)	115	157	192	245	303	353	459	561

La section résistante A_s d'un boulon est : $A_s = \frac{\pi \cdot d_s^2}{4}$, d_s étant le diamètre résistant,

calculé comme la moyenne arithmétique entre le diamètre en fond de filet d_1 et le diamètre sur flanc d_2 .

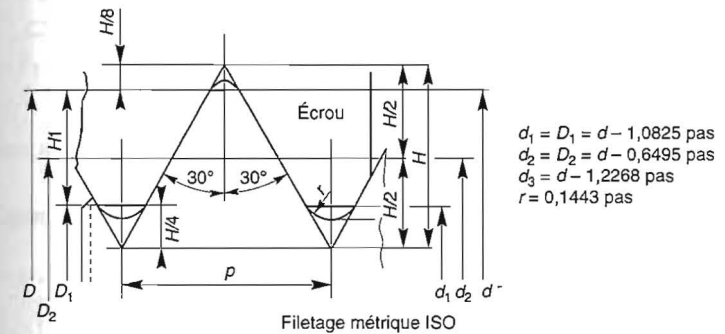


- Figure 21 -

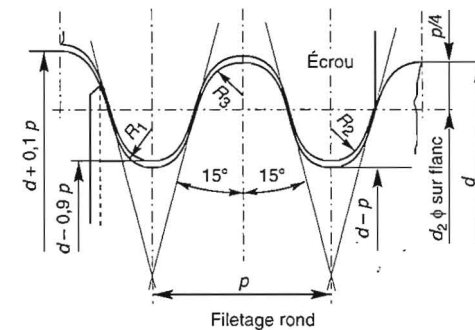
Les filetages sont ISO pour les boulons ordinaires et Ronds pour les boulons précontraints. La notation est, pour un boulon de 20, par exemple (c'est-à-dire $d = 20$ mm) :

en ISO : M20

en rond : MRd 20



$$\begin{aligned} d_1 &= D_1 = d - 1,0825 \text{ pas} \\ d_2 &= D_2 = d - 0,6495 \text{ pas} \\ d_3 &= d - 1,2268 \text{ pas} \\ r &= 0,1443 \text{ pas} \end{aligned}$$



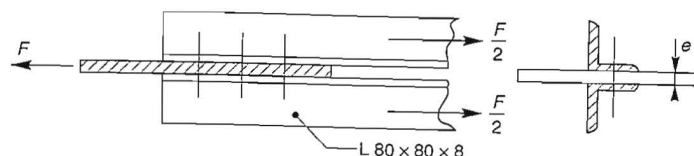
- Figure 22 -

F. CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES DES BOULONS SELON LEUR CLASSE D'ACIER

Valeurs de la limite d'élasticité f_{yb} et de la résistance à la traction f_{ub} des boulons							
Classe	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	10.9
f_{yb} (N/mm ²)	240	320	300	400	480	640	900
f_{ub} (N/mm ²)	400	400	500	500	600	800	1 000

G. EXEMPLES D'APPLICATION

Exemple 1 : Assemblage de deux cornières sur un gousset



- Figure 23 -

$F = 440$ kN, $e = 8$ mm, acier S.235

Déterminer le nombre de boulons nécessaires ($\phi 16$, classe 8.8).

- Résistance d'un boulon au cisaillement

$$F_v = 0,6 f_{ub} \cdot A_s / \gamma_{Mb} \text{ par plan de cisaillement}$$

$$A_s = 157 \text{ mm}^2$$

$$f_{ub} = 800 \text{ MPa}$$

$$\gamma_{Mb} = 1,25$$

Nombre de plans de cisaillement : $m = 2$

soit

$$F_v = 2 \times 0,6 \times 800 \times 10^{-3} \times 157 / 1,25 = 121 \text{ kN}$$

- Nombre de boulons nécessaires

$$n = \frac{F}{F_v} = \frac{440}{121} = 3,66$$

$$n = 4$$

- Vérification de la pression diamétrale :

$$F_B = 2,5 \alpha f_u d t / \gamma_{Mb}$$

$$F_B = 2,5 \times 360 \times 100^{-3} \times 17 \times 8 / 1,25 = 98 \text{ kN}$$

Pour un boulon :

$$F_1 = \frac{F}{4} = \frac{440}{4} = 110 \text{ kN} > F_B = 98 \text{ kN}$$

La pression diamétrale est excessive. Il faut donc augmenter le nombre de boulons,

- soit en réduisant leur diamètre (à classe d'acier égale),
- soit en réduisant leur classe d'acier (à diamètre constant).

Choisissons la deuxième solution, par exemple $\phi 16$, classe 6.8.

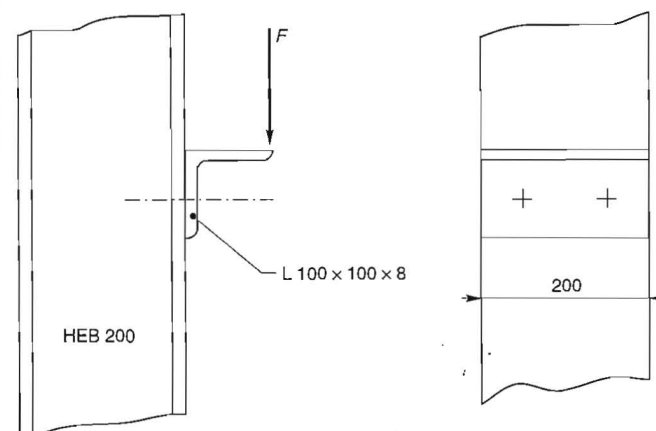
$$F_v = 2 \times 0,6 \times 600 \times 10^{-3} \times \frac{157}{1,25} = 90 \text{ kN}$$

$$n = \frac{F}{F_v} = \frac{440}{90} = 4,9 \quad n = 5$$

$$F_1 = \frac{F}{5} = \frac{440}{5} = 88 \text{ kN} < F_B = 98 \text{ kN}$$

Avec $n = 5$ boulons ($\phi 16$, classe 6.8), la pression diamétrale est acceptable.

Exemple 2 : Assemblage d'une cornière en console sur un poteau



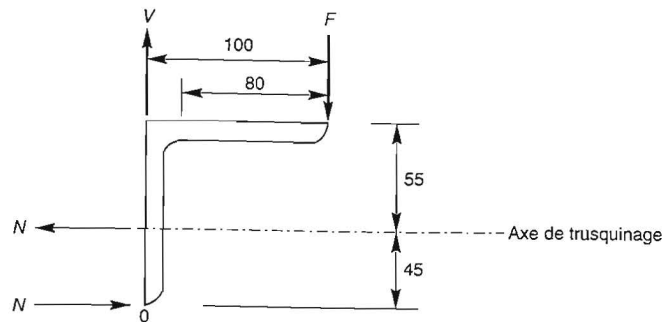
- Figure 24 -

Poteau HEB 200, cornière 100 × 100 × 8, effort pondéré $F = 6$ kN, acier S.235, nombre de boulons $n = 2$.

Calculer le diamètre des boulons.

Efforts : $V = F = 6$ kN

Moment par rapport à 0 : $M = F \times 100 = N \times 45$ d'où $N = 13,33$ kN.



– Figure 25 –

– Vérification de la cornière en console : $M_f = F \cdot d = 6 \times 80 = 480$ kNmm

– Contrainte dans l'acier :

$$\sigma_f = \frac{M \cdot v}{I} = \frac{480 \times 6 \times 10^3}{8^2 \times 200} = 225 \text{ MPa} < f_y$$

– Détermination des boulons.

Il faut vérifier simultanément en traction : $N \leq F_T = 0,9 f_{ub} \cdot A_s / \gamma_{Mb}$

soit : $N = 13,33 \leq 0,9 f_{ub} \cdot A_s / 1,50$

ou $f_{ub} \cdot A_s \geq 22,2$ kN (1)

en cisaillement + traction : $\frac{V}{F_v} + \frac{N}{1,4 F_T} \leq 1$

$V = 6$ kN

$N = 13,33$ kN

$F_T = 0,9 f_{ub} \cdot A_s / 1,50$

$F_v = 0,6 f_{ub} \cdot A_s / 1,25$

d'où l'on tire : $f_{ub} \cdot A_s \geq 28,4$ kN (2)

La condition (2) est plus contraignante que la condition (1).

Choisissons, par exemple, des boulons de classe 4.6. ($f_{ub} = 400$ MPa) $A_s \geq \frac{28\,400}{400}$
 $= 71 \text{ mm}^2$ pour 2 boulons soit $A_s \geq 35,5 \text{ mm}^2$ pour 1 boulon, ce qui correspond à un
 boulon $\phi 8$ ($A_s = 33,8 \text{ mm}^2$).

La pression diamétrale n'est pas à vérifier, car extrêmement faible ici.

2.2.3. DIMENSIONNEMENT DES BOULONS PRÉCONTRAINTS

A. PRINCIPE

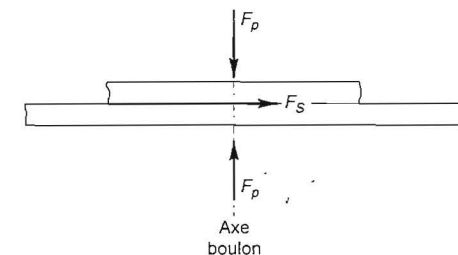
Bien que présentant le même aspect qu'un boulon ordinaire, un boulon HR (haute résistance) est constitué d'acier à haute limite élastique et comporte une rondelle incorporée à la tête. Lors du boulonnage, il est serré fortement, ce qui a pour effet de lui communiquer un effort de précontrainte, qui agit parallèlement à l'axe du boulon, donc perpendiculairement aux plans de contact des pièces (c'est pourquoi les boulons HR sont aussi appelés boulons précontraints). Cette précontrainte développe, par frottement mutuel des pièces, une forte résistance à leur glissement relatif.

Contrairement aux boulons ordinaires, les boulons HR ne travaillent pas au cisaillement, mais transmettent les efforts par frottement.

Le coefficient de frottement μ des pièces en contact joue donc un rôle prépondérant.

Si F_p est l'effort de précontrainte axial dans un boulon et F_s l'effort de cisaillement transmis par l'assemblage et sollicitant ledit boulon, il faut vérifier que l'interface des pièces en contact puisse transmettre l'effort tangent, sans glissement, soit :

$$F_s \leq \mu \cdot F_p$$



– Figure 26 –

Les boulons HR n'étant pas conçus pour fonctionner en obstacle (au cisaillement), leurs tiges ne sont théoriquement pas en contact avec les sections droites des perçages des pièces assemblées.

Cependant, dans certains cas, les tiges peuvent venir au contact des pièces, soit en raison d'un mauvais montage, soit accidentellement par glissement des pièces (coefficient de frottement μ insuffisant ou bien effort tangent excessif). Dans ces cas, les boulons HR vont fonctionner au cisaillement.

B. PRÉCAUTIONS CONSTRUCTIVES

Un bon assemblage par boulons HR exige que des précautions élémentaires soient prises, notamment :

- la tête du boulon ne doit pas poinçonner les pièces assemblées (d'où l'interposition d'une rondelle),
- la force de précontrainte doit bien être appliquée à sa valeur de calcul (d'où l'importance du couple de serrage et la nécessité d'utiliser des clés dynamométriques ou pneumatiques),
- le coefficient de frottement μ doit correspondre à sa valeur de calcul. Cela nécessite une préparation des surfaces, par brossage ou grenaillage, pour éliminer toute trace de rouille ou de calamine, de graisse, etc.

$\mu = 0,50$ pour les surfaces de la classe A

$\mu = 0,40$ pour les surfaces de la classe B

$\mu = 0,30$ pour les surfaces de la classe C

$\mu = 0,20$ pour les surfaces de la classe D

Classe A :

Surfaces découpées par grenaillage ou sablage, avec enlèvement de toutes les plaques de rouille non adhérentes et sans piqûres de corrosion ;

Surfaces découpées par grenaillage ou sablage et métallisées par projection d'aluminium ;

Surfaces découpées par grenaillage ou sablage et métallisées par projection d'un revêtement à base de zinc, garanti d'assurer un coefficient de glissement qui ne soit pas inférieur à 0,5.

Classe B :

Pas de recommandations.

Classe C :

Surfaces nettoyées par brossage métallique ou à la flamme avec enlèvement de toutes les plaques de rouille non adhérentes.

Classe D :

Surfaces non traitées.

- le serrage doit être effectué progressivement, dans un ordre préétabli (défini par les normes NF P.22464/466/468/469), afin de ne pas déformer les platines d'appui et préserver leur planéité. C'est pourquoi les boulons HR ont une troisième appellation de "boulons à serrage contrôlé".

C. CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES DES BOULONS

Il existe deux classes de boulons HR, définies en fonction de leur contrainte limite d'élasticité f_{yb} et de leur contrainte de rupture f_{ub} :

- les boulons HR 1 ou HR 10.9,
- les boulons HR 2 ou HR 8.8.

Le premier chiffre correspond à $f_{ub} / 100$.

Le second chiffre correspond à $10 f_{yb} / f_{ub}$.

Soit :

Repère	Appellation	f_{ub} (MPa)	f_{yb} (MPa)	$\Delta L / L$ (%)
HR 1	HR 10.9	1 000	900	≥ 8
HR 2	HR 8.8	800	640	≥ 12

D. ASSEMBLAGES RÉSISTANT AU GLISSEMENT

Résistance au glissement

La résistance au glissement F_S d'un boulon HR précontraint vaut :

$$F_S = k_s \cdot m \cdot \mu \cdot F_P / \gamma_{MS}$$

avec :

- F_P est la force de précontrainte, telle que définie au paragraphe suivant,
- μ est le coefficient de frottement des pièces,
- m est le nombre d'interfaces de frottement,
- k_s est un coefficient fonction de la dimension des trous de perçage et vaut :
 $k_s = 1,0$ pour les trous à tolérances normales, à savoir :

- 1 mm pour les boulons $\phi 12$ et $\phi 14$,
- 2 mm pour les boulons $\phi 16$ à $\phi 24$,
- 3 mm pour les boulons $\phi 27$ et plus.

$k_s = 0,85$ pour les trous circulaires surdimensionnés et pour les trous oblongs courts.

$k_s = 0,7$ pour les trous oblongs longs.

– γ_{MS} est le coefficient partiel de sécurité qui vaut :

à l'ELU :

$\gamma_{MS} = 1,25$ pour les trous à tolérances normales, ainsi que pour les trous oblongs dont le grand axe est perpendiculaire à l'axe de l'effort.

$\gamma_{MS} = 1,40$ pour les trous surdimensionnés, ainsi que pour les trous oblongs dont le grand axe est parallèle à l'axe de l'effort.

à l'ELS :

$\gamma_{MS} = 1,10$ pour les trous à tolérances normales, ainsi que pour les trous oblongs dont le grand axe est perpendiculaire à l'axe de l'effort.

Précontrainte

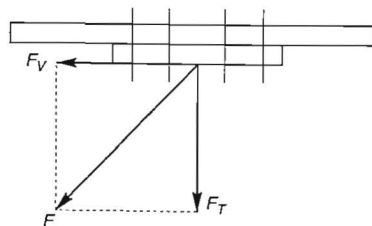
L'effort de précontrainte autorisé dans les boulons vaut :

$$F_p = 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s$$

E. ASSEMBLAGES SOLlicitÉS SIMULTANÉMENT AU CISAILEMENT ET À LA TRACTION

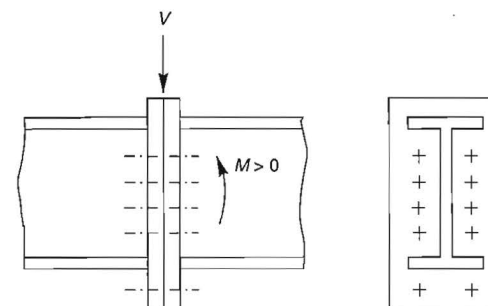
Si un assemblage résistant au glissement est soumis à un effort de traction F_T concomitant avec un effort de cisaillement F_V , qui tend à provoquer le glissement, la résistance au glissement par boulon doit être calculée selon la formule ci-après :

$$F_V \leq F_S = k_s \cdot m \cdot \mu \cdot (F_p - 0,8 \cdot F_T) / \gamma_{MS}$$



– Figure 27 –

F. ASSEMBLAGES PAR PLATINES SOLlicitÉS PAR UN MOMENT FLÉCHISSANT ET UN EFFORT TRANCHANT



– Figure 28 –

Résistance de l'assemblage à l'effort tranchant V

Il faut vérifier que l'effort de cisaillement V_1 par boulon soit tel que :

$$V_1 = \frac{V}{n} \leq F_s = k_s \cdot m \cdot \mu \cdot \frac{F_p}{\gamma_{MS}}$$

Résistance de l'assemblage au moment fléchissant

Le moment résistant M_R de l'assemblage est obtenu par la somme des produits des efforts de traction dans les rangées de boulons situés dans la zone tendue par leurs distances respectives au centre de résistance de la zone comprimée (c'est-à-dire l'axe neutre de la semelle comprimée). Cf. figure 29 page suivante.

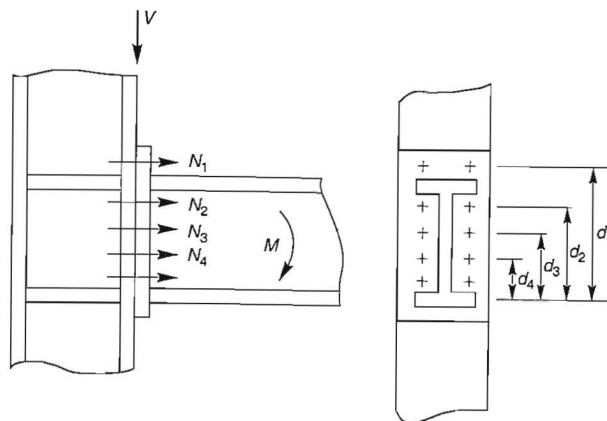
$$M_R = N_1 \cdot d_1 + N_2 \cdot d_2 + \dots = \sum N_i \cdot d_i$$

Efforts N_i dans les boulons :

$$\begin{aligned} \frac{N_1}{d_1} &= \frac{N_2}{d_2} = \frac{N_3}{d_3} = \dots \\ M_R &= N_1 \cdot d_1 + N_2 \cdot d_2 + N_3 \cdot d_3 + \dots \\ &= \frac{N_1}{d_1} \left(d_1^2 + N_2 \cdot d_2 \frac{d_1}{N_1} + N_3 \cdot d_3 \frac{d_1}{N_1} + \dots \right) \\ &= \frac{N_1}{d_1} \left(d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \dots \right) \end{aligned}$$

$$D'où : N_1 = \frac{M_R \cdot d_1}{\sum d_i^2}, \text{ soit } N_i = \frac{M_R \cdot d_i}{\sum d_i^2} \leq n \cdot F_p$$

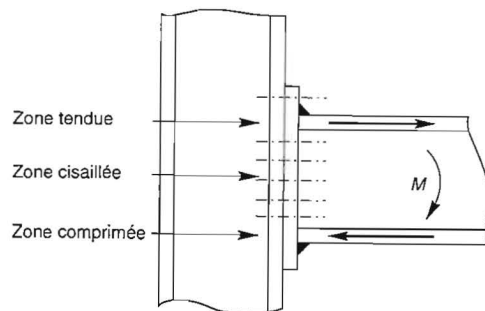
avec n = nombre de boulons par rangée.



- Figure 29 -

Il convient parallèlement de vérifier la résistance de l'âme du poteau :

- dans la zone tendue,
 - dans la zone comprimée,
 - dans la zone cisailée,
- (cf. procédure J.3.2., annexe J à l'Eurocode 3).



- Figure 30 -

Résistance de l'âme du poteau dans la zone tendue

$$F_t = f_y \cdot t_{wc} \cdot b_{eff} / \gamma_{M0}$$

avec : t_{wc} = épaisseur âme poteau
 $b_{eff} = p$ = entraxe rangées boulons

Résistance de l'âme du poteau dans la zone comprimée

- âme non raidie :

$$F_c = f_y \cdot t_{wc} \left(1,25 - 0,5 \gamma_{M0} \frac{\sigma_n}{f_y} \right) \frac{b_{eff}}{\gamma_{M0}}$$

avec

σ_n = contrainte normale de compression dans l'âme du poteau due à l'effort de compression et au moment fléchissant.

$$b_{eff} = t_{fb} + 2 t_p + 5 (t_{fc} + r_c)$$

t_{fb} = épaisseur semelle poutre

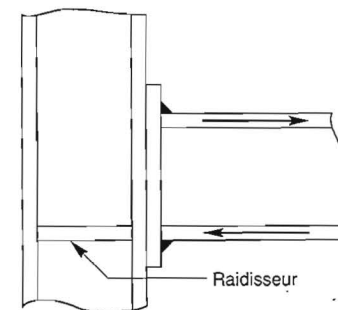
t_{fc} = épaisseur semelle poteau

t_p = épaisseur platine extrémité

r_c = rayon de raccordement âme/semelle du poteau

(cf. figure J.2.3 / Annexe J).

- âme raidie : aucune vérification n'est nécessaire dès lors que les raidisseurs ont une épaisseur égale à celle des semelles de la poutre (schéma A).

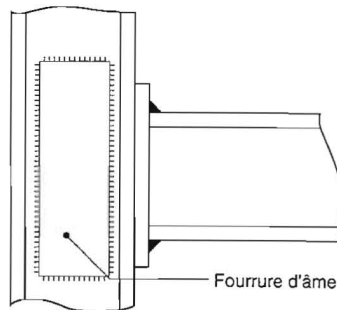


- Figure 31-A -

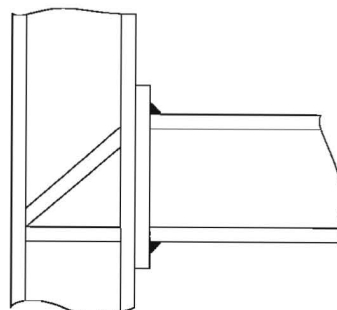
Résistance de l'âme du poteau dans la zone cisailée (âme non raidie)

$$V_r = 0,58 f_y \cdot h \cdot t_{wc} / \gamma_{M0}$$

Si la résistance s'avère insuffisante, il faut raidir l'âme, soit par une fourrure d'âme (schéma B), soit par des raidisseurs diagonaux (schéma C).



- Figure 31-B -

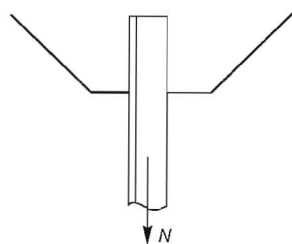


- Figure 31-C -

G. EXEMPLES D'APPLICATION

Exemple 1 : attache d'une cornière sur un gousset

Cornière L 70 × 70 × 7
Épaisseur gousset = 8 mm
Acier S.235
 $\mu = 0,30$
 N pondéré = 190 kN
Boulons HR 8.8.



- Figure 32 -

- Problème : nombre et diamètre des boulons

- Section brute cornière : $A = 940 \text{ mm}^2$
- Section nette minimale : $A_N = \frac{N}{f_y} = \frac{190 \times 10^3}{235} = 809 \text{ mm}^2$
- Section de perçage : $\Omega = A - A_N = 131 \text{ mm}^2$

- Diamètre maximal de perçage : $d_0 = \frac{\Omega}{t} = \frac{131}{7} = 18,7 \text{ mm}$

Soit $d_0 = 18 \text{ mm}$, ce qui correspond, avec un jeu de 2 mm, à des boulons de diamètre $d = 16 \text{ mm}$.

- Résistance au glissement d'un boulon

$$F_s = k_s \cdot m \cdot \mu \cdot F_p / \gamma_{Ms}$$

avec : $F_p = 0,7 f_{ub} \cdot A_s$. Soit :

$$\begin{aligned} k_s &= 1,0 \\ m &= 1 \\ \mu &= 0,30 \\ A_s &= 157 \text{ mm}^2 \\ \gamma_{Ms} &= 1,25 \end{aligned}$$

$$F_s = 0,3 \times 0,7 \times 800 \times 10^{-3} \times 157 / 1,25$$

$$F_s = 21 \text{ kN}$$

- Nombre de boulons

$$n = \frac{N}{F_s} = \frac{190}{21} = 9$$

- Vérification de la pression diamétrale

$$F_B = 2,5 \alpha f_u d t / \gamma_{Mb}$$

$$F_B = 2,5 \times 800 \times 16 \times 10^{-3} \times 7 / 1,25$$

$$F_B = 179 \text{ kN}$$

$$F_B = \frac{190}{9} = 21 \text{ kN} < F_B = 179 \text{ kN}$$

Exemple 2 : vérification d'un T à l'arrachement

Soit un T fixé par 8 boulons HR 8.8, diamètre 16 mm. Quelle charge maximale pondérée peut supporter cet assemblage ?

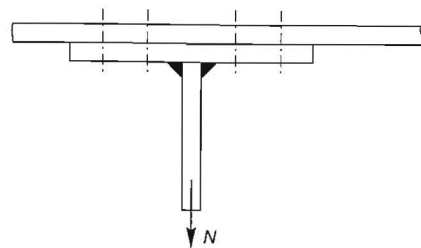
- Effort admissible en traction pour un boulon

$$F_p = 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s$$

$$F_p = 0,7 \times 800 \times 10^{-3} \times 157 = 88 \text{ kN}$$

- Charge maximale admissible :

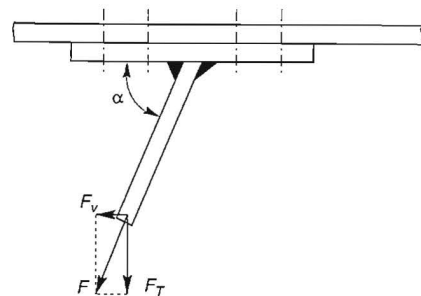
$$N = n F_p = 8 \times 88 = 704 \text{ kN}$$



- Figure 33 -

Exemple 3 : vérification d'un assemblage sollicité selon deux directions

- 8 boulons HR 10.9, diamètre 16 mm
- $\alpha = 60^\circ$
- $\mu = 0,30$



- Figure 34 -

Déterminer la valeur de F

- Efforts sollicitant les boulons

$$F_T = F \sin \alpha = \frac{F\sqrt{3}}{2}$$

$$F_v = F \cos \alpha = \frac{F}{2}$$

$$F_v = k_s \cdot m \cdot \mu \left(\frac{F_p - 0,8 F_T}{\gamma_{Ms}} \right) = \frac{F}{2}$$

$$k_s = 1,10$$

$$m = 1$$

$$\mu = 0,30$$

$$A_s = 157 \text{ mm}^2$$

$$f_{ub} = 1000 \text{ MPa}$$

$$\gamma_{Ms} = 1,25$$

$$F_p = 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s = 110 \text{ kN}$$

Soit :

$$1,10 \times 0,3 \frac{\left(110 - 0,8 \times \frac{F\sqrt{3}}{2} \right)}{1,25} = \frac{F}{2}$$

D'où l'on tire, pour un boulon :

$$F = 42,5 \text{ kN}$$

Soit, pour l'assemblage complet de 8 boulons :

$$F = 8 \times 42,5 = 340 \text{ kN}$$

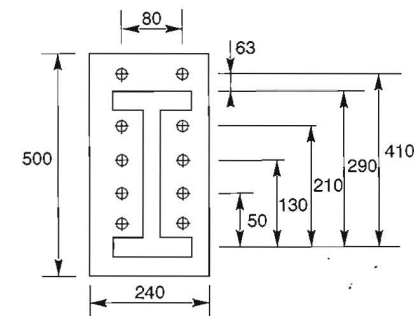
Exemple 4 : vérification d'un assemblage poteau/poutre

Soit un assemblage sollicité par :

- un moment fléchissant $M = 320 \text{ kNm}$,
- un effort tranchant $V = 80 \text{ kN}$,

et constitué de 10 boulons HR 10.9 selon la figure ci-après. La platine a une épaisseur de 28 mm et le coefficient de frottement vaut $\mu = 0,30$.

Déterminer le diamètre des boulons, sachant que la poutre est un IPE 360 et le poteau un IPE 400.



- Figure 35 -

- Détermination des efforts dans les boulons

Nous considérons uniquement les boulons tendus, c'est-à-dire les trois rangées supérieures de boulons. Soit :

$$N_i = \frac{M \cdot d_i}{\sum d_i^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} d_1 = 410 \text{ mm} \\ d_2 = 290 \text{ mm} \\ d_3 = 210 \text{ mm} \end{array} \right\} \rightarrow \sum d_i^2 = 2 \, 963 \text{ mm}^2$$

$$N_1 = \frac{320 \times 0,41}{2 \, 963} = 442 \text{ kN}$$

$$N_2 = \frac{320 \times 0,29}{2 \, 963} = 313 \text{ kN}$$

$$N_3 = \frac{320 \times 0,21}{2 \, 963} = 227 \text{ kN}$$

Il faut que $N_1 \leq n F_p$ avec $F_p = 0,7 f_{ub} \cdot A_s$.

Soit :

$$A_s \geq \frac{N_1}{0,7 \cdot f_{ub} \cdot n}$$

$$A_s \geq \frac{442}{0,7 \times 1 \, 000 \times 10^{-3} \times 2} = 316 \text{ mm}^2$$

Soit un boulon de diamètre $d = 24 \text{ mm}$ ($A_s = 353 \text{ mm}^2$).

- Moment résistant effectif de l'assemblage

$$M_R = \frac{N_1 \cdot \sum d_i^2}{d_1}$$

avec : $N_1 = 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s$

$$N_1 = 0,7 \times 1 \, 000 \times 10^{-3} \times 353 = 247 \text{ kN}$$

pour un boulon, soit 494 kN pour une rangée.

D'où :

$$M_R = \frac{494 \times 2 \, 963}{410} = 357 \text{ kNm}$$

- Résistance de l'assemblage sous l'effort tranchant

$$\text{Par boulon : } V_1 = \frac{V}{n} = \frac{80}{10} = 8 \text{ kN}$$

Il faut vérifier que :

$$V_1 \leq F_s = k_s \cdot m \cdot \mu \cdot F_p / \gamma_{Ms}$$

$$V_1 \leq 0,3 \times 247 / 1,25 = 59 \text{ kN}$$

- Résistance de l'âme du poteau en traction

$$F_t = f_y \cdot t_{wc} \cdot b_{eff} / \gamma_{M0}$$

$$F_t = 235 \times 8,6 \times 80 = 1 \, 617 \text{ kN}$$

$$F_v = \frac{M}{h - t_f} = \frac{320}{0,347} = 922 \text{ kN} < F_t$$

- Résistance de l'âme du poteau en compression (non raidie)

$$b_{eff} = 12,7 + (2 \times 28) + 5 (13,5 + 21)$$

$$b_{eff} = 239 \text{ mm}$$

$$\sigma_n = \frac{V}{A} + \frac{M \cdot v}{I} = \frac{80}{84 \times 10^{-4}} + \frac{320}{1 \, 160 \times 10^{-6}}$$

$$\sigma_n = 285 \text{ MPa} > f_y = 235 \text{ MPa}$$

D'où nécessité de raidissage (raidisseurs d'épaisseur 14 mm).

- Résistance de l'âme du poteau au cisaillement

$$V_R = 0,58 f_y \cdot h \cdot t_w / \gamma_{M0}$$

$$V_R = 0,58 \times 235 \times 400 \times 8,6 = 469 \text{ kN}$$

L'effort de cisaillement vaut :

$$F_v = \frac{M}{h - t_f} = \frac{320}{0,347} = 922 \text{ kN}$$

$F_v > V_R \rightarrow$ nécessité de poser une fourrure d'âme (épaisseur 10 mm).

D'où : $t_w = 8,6 + 10 = 18,6$ et $V_R = 1 \, 014 \text{ kN} > F_v = 922 \text{ kN}$

2.2.4. COMPARAISON DE RÈGLEMENTS

Nous nous proposons de comparer, brièvement et sur un simple exemple :

- pour les boulons ordinaires non précontraints, l'Eurocode 3 à la précédente norme NF P.22430 (1 boulon $\phi 20$, classe 5.6, $A_s = 245 \text{ mm}^2$) ;

- pour les boulons HR, l'Eurocode 3 à la précédente norme NF P.22460 (1 boulon ϕ 20, classe 10.9, coefficient de frottement des pièces $\mu = 0,30$).

A. BOULONS NON PRÉCONTRAINTS

En traction

Eurocode 3 : $F_T = 0,9 f_{ub} \cdot A_s / 1,50$
 $F_T = 73 \text{ kN}$

Norme NF P.22430 : $N = \frac{\sigma_{red} \cdot A_s}{1,25}$
 $N = 59 \text{ kN}$

Eurocode 3 plus favorable de 25 %.

Au cisaillement

Eurocode 3 : $F_V = 0,6 \cdot f_{ub} \cdot A_s / 1,25$
 $F_V = 59 \text{ kN}$

Norme NF P.22430 : $Q = \frac{\sigma_{red} \cdot A_s}{1,54}$
 $Q = 48 \text{ kN}$

Eurocode 3 plus favorable de 20 %.

B. BOULONS HR PRÉCONTRAINTS

En traction

Eurocode 3 : $F_p = 0,7 f_{ub} \cdot A_s$
 $F_p = 172 \text{ kN}$

Norme NF P. 22460 : $P_v = 0,8 \cdot A_s \cdot \sigma_{eb}$
 $P_v = 175 \text{ kN}$

Règlements équivalents

Au glissement

Eurocode 3 : $F_s = k_s \mu F_p / 1,25$
 $F_s = 42 \text{ kN}$

Norme NF P. 22460 : $Q = 1,1 P_v \cdot \mu$
 $Q = 58 \text{ kN}$

Eurocode 3 moins favorable de 30 %.

2.3. LES ASSEMBLAGES SOUDÉS

Le soudage est un procédé qui permet d'assembler des pièces par liaison intime de la matière, obtenue par fusion ou plastification.

Le soudage implique donc :

- l'existence d'une source de chaleur suffisante pour obtenir la fusion du matériau. Elle peut être d'origine électrique (résistance, arc, plasma), chimique (combustion de gaz), mécanique (friction) ;
- une aptitude du matériau à être soudé, appelée soudabilité. La soudabilité à haute température dépend des qualités propres du matériau, mais également de divers paramètres limitatifs, tels que :
 - les modifications de la structure physico-chimique du matériau,
 - l'apparition de fissurations et de criques au refroidissement,
 - l'apparition de déformations géométriques dues aux effets de dilatation et retrait,
 - la naissance de contraintes internes,
 - etc.,

qui nécessitent donc de prendre une série de précautions sur lesquelles nous reviendrons plus loin.

Le soudage présente, par rapport au boulonnage, plusieurs avantages :

- il assure la continuité de matière, et, de ce fait, garantit une bonne transmission des sollicitations ;
- il dispense de pièces secondaires (goussets, attaches, etc.) ;
- il est de moindre encombrement et plus esthétique que le boulonnage.

En revanche, il présente divers inconvénients :

- le métal de base doit être soudable ;
- le contrôle des soudures est nécessaire et onéreux ;
- le contrôle des soudeurs est aléatoire ;
- le soudage exige une main-d'œuvre qualifiée et un matériel spécifique.

2.3.1. LES PROCÉDÉS DE SOUDAGE

PROCÉDÉ PAR PRESSION

Les pièces chauffées jusqu'à l'état plastique sont assemblées par pression simple ou martelage (forgeage). Procédé artisanal et marginal.

PROCÉDÉ PAR RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE

Les pièces sont superposées et placées entre deux électrodes-presse, qui réalisent des soudures par points. Procédé utilisable pour des tôles fines seulement.

PROCÉDÉ PAR FRICTION

Ce procédé permet de rabouter deux pièces, dont une au moins est de révolution. La rotation rapide d'une pièce, appliquée sur l'autre, plastifie le métal, qui flue. Ce procédé nécessite cependant un usinage ultérieur pour ébavurer les bourrelets.

PROCÉDÉ CHIMIQUE AU CHALUMEAU OXYACÉTYLÉNIQUE

Il utilise la combustion d'oxygène et d'acétylène (stockés en bouteilles métalliques), à une température d'environ 3 000 °C, le métal d'apport étant fourni par des baguettes d'acier fusibles. Très utilisé en chaudronnerie et en serrurerie, car peu onéreux et très maniable, ce procédé est pourtant peu utilisé en construction métallique, car il est plus onéreux que les procédés à l'arc pour des sections d'acier épaisses.

PROCÉDÉ AU LASER

Dans ce procédé, le laser émet un faisceau de photons et une lentille focalise l'effet thermique du rayonnement sur un point très concentré (quelques microns). Il existe deux types de lasers : le laser de puissance, qui extrait ses photons d'un mélange gazeux (gaz carbonique, azote, hélium) et le laser à impulsion d'un mélange solide, le YAG (grenat d'yttrium dopé au néodyme). D'une très grande précision, ce procédé est surtout utilisé en mécanique de précision et en horlogerie.

PROCÉDÉ PAR BOMBARDEMENT ÉLECTRONIQUE

Le bombardement électronique provoque la fusion du métal par conversion de l'énergie cinétique des électrons en énergie thermique. Un canon à électrons (cathode en tungstène) bombarde les électrons, qui sont accélérés par un champ électrique ; puis un champ magnétique fait converger le faisceau en un point. Cette opération, réalisée sous vide, est de grande précision, et utilisée surtout en nucléaire et en aéronautique.

PROCÉDÉ À L'ARC AU PLASMA

Un arc électrique est établi entre une électrode infusible en tungstène et les pièces. Une torche injecte de l'argon, qui, fortement ionisé par l'arc (état plasma), acquiert une grande vitesse. L'énergie thermique provient de l'arc, de l'énergie cinétique des atomes et de la recombinaison ions-électrons, et permet d'atteindre une température de 15 000 °C. Ce procédé est encore peu utilisé en construction métallique, du fait de son coût.

PROCÉDÉS À L'ARC ÉLECTRIQUE

Ce sont les procédés les plus couramment utilisés en construction métallique. Les électrodes peuvent être fusibles ou non.

Procédé à électrode non fusible (TIG)

L'arc est produit entre une électrode de tungstène non fusible et les pièces, sous jet d'argon, qui est un gaz inerte (d'où l'appellation de procédé TIG : tungsten inert gaz). Le métal d'apport est obtenu par fusion d'une baguette indépendante. En atelier, ce procédé est semi-automatique ou automatique.

Procédés à électrodes fusibles

Un arc électrique est créé entre une électrode fusible (cathode) et les pièces à souder (anode), grâce à un générateur de courant, alternatif ou continu, de faible voltage, mais de fort ampérage (de 50 à 600 ampères).

L'arc est produit par la cathode, qui émet des électrons, bombardés sur l'anode à grande vitesse, provoquant l'ionisation des molécules sous le choc et donc une forte élévation de température, qui entraîne la fusion à la fois de la cathode (électrode) et de l'anode (zone de liaison des pièces à assembler). Les particules fondues de la cathode sont projetées sur l'anode, au travers de l'arc, et se déposent. Il suffit alors de déplacer la cathode le long du joint d'assemblage pour constituer un cordon continu de soudure. Ce déplacement peut être manuel (sur chantier), semi-automatique ou automatique (en usine). Parmi les procédés à électrodes fusibles, le procédé qui reste le plus employé est celui à électrodes enrobées.

– Électrodes enrobées

Les électrodes sont enrobées d'une gaine réfractaire. Lors de la fusion, cet enrobage donne naissance à un laitier, qui permet :

- de ralentir le refroidissement de l'acier, donc d'éviter un phénomène de trempe et par là même d'éviter de rendre l'acier cassant ;
- de protéger l'acier contre l'absorption néfaste de l'oxygène et de l'azote atmosphériques, qui le rendrait fragile ;
- d'améliorer la nature du métal d'apport, par inclusion d'éléments réducteurs ;

- de créer une torche de gaz incandescent, qui canalise les particules de métal fondu et les accélère (accélération supérieure à celle de la pesanteur g), ce qui autorise les soudures verticalement, de bas en haut et en plafond ;
- de stabiliser l'arc électrique, grâce à l'inclusion de sels à faible tension d'ionisation, permettant ainsi d'utiliser une source de courant alternatif.

Il existe parallèlement, des procédés à électrodes nues (non enrobées).

– Électrodes nues

Les électrodes à fil nu, qui étaient utilisées à la naissance du soudage électrique, présentaient alors tous les inconvénients énumérés précédemment, que l'enrobage permet de supprimer (notamment la nécessité d'utiliser une source de courant continu).

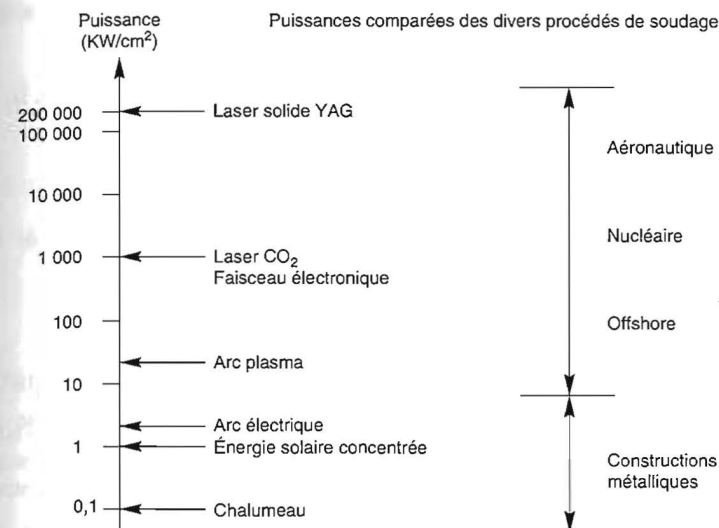
Mais le développement de techniques récentes, qui consistent à noyer l'arc électrique dans un jet de gaz, permettent de s'affranchir des divers inconvénients précités, tout en gardant des électrodes nues. Ces procédés tendent à se développer rapidement aujourd'hui. Il s'agit notamment :

- du procédé MIG (métal inert gaz), qui consiste à utiliser une électrode en atmosphère protectrice (dans un gaz inerte, en principe de l'argon) ;
- du procédé MAG (métal active gaz), qui utilise du gaz carbonique en remplacement de l'argon, le gaz carbonique n'étant pas inerte puisqu'il se décompose.

En résumé, plus un procédé est de puissance élevée, plus la pénétration des aciers est forte, plus la température est élevée et plus le faisceau énergétique est concentré (grande précision et faibles déformations, car les zones très chaudes sont très localisées).

Les procédés de faible puissance sont utilisés en construction métallique, car ils sont peu onéreux. En outre, leur précision et le degré de finition obtenu sont bien suffisants.

Parmi ces procédés à faible puissance, les procédés TIG et MAG se développent actuellement, au détriment des procédés à électrodes enrobées, du fait de leur plus grande vitesse d'exécution et de leur industrialisation (fonctionnement automatique en usine).



– Figure 36 –

2.3.2. DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES

SOUDURES BOUT À BOUT

Jusqu'à des épaisseurs de pièces de 5 à 6 mm, les soudures peuvent être effectuées sur des pièces non chanfreinées, affranchies d'équerre (figure 37-A).

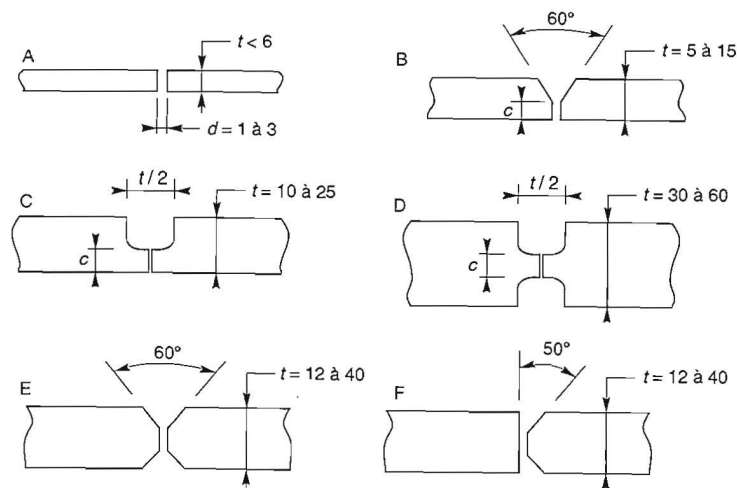
Au-delà de 6 mm, il faut réaliser des chanfreins sur les rives d'assemblage, le talon

C devant être inférieur à la plus petite des deux valeurs : 3 mm ou $\frac{t}{5}$.

Les chanfreins en V (figure 37-B) et en U (figure 37-C) permettent de souder sans retourner la pièce, mais donnent lieu, lors du refroidissement, à des déformations angulaires fortes. Le chanfrein en U est plus onéreux, du fait de l'usinage.

Les chanfreins en double U (figure 37-D) ou en double V (figure 37-E), symétriques, éliminent les phénomènes de déformations ou de contraintes internes, si les cordons sont exécutés simultanément sur les deux faces, par tronçons alternés. En outre, ils permettent une économie sur le métal d'apport et sur le temps de main-d'œuvre (nombre de passes).

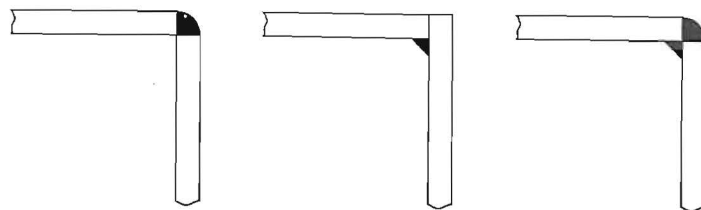
Les chanfreins en K (figure 37-F) constituent une solution intermédiaire.



– Figure 37 –

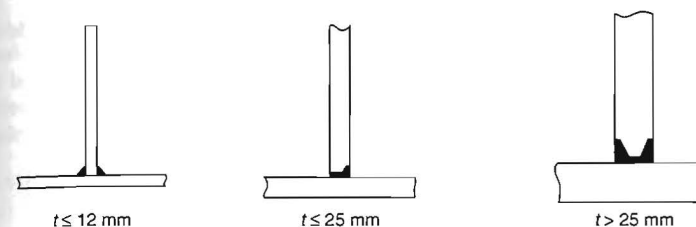
SOUDURES D'ANGLE

Les cordons peuvent être plats et/ou bombés.



– Figure 38 –

SOUDURES DE T



– Figure 39 –

PRÉCAUTIONS CONSTRUCTIVES

Le soudage de l'acier exige des températures élevées qui vont provoquer une dilatation locale des pièces. Lors du refroidissement de la zone du cordon de soudure, le retrait va :

- soit provoquer des déformations dans les pièces, si ces dernières sont librement dilatables (figure 40) ;
- soit générer des contraintes internes dans les pièces, si ces dernières sont bridées (figure 41).

Dans le premier cas, pour remédier aux déformations, il est possible :

- soit de donner aux pièces des prédéformations initiales inverses, qui compenseront les déformations de retrait ;
- soit de redresser les pièces à froid, sous presse ;
- soit d'effectuer les cordons par tronçons discontinus et espacés dans le temps ;
- soit de préchauffer les pièces pour éviter un refroidissement brusque.

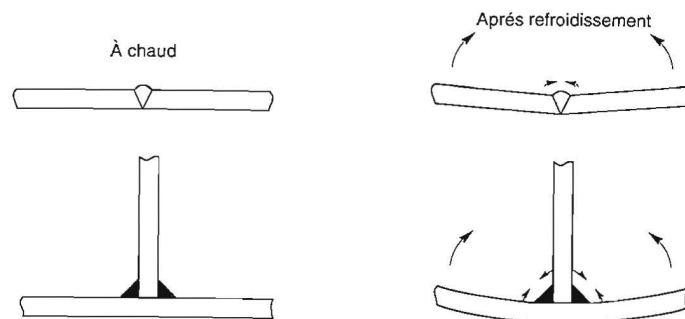
Dans le second cas (pièces bridées), pour limiter les contraintes internes, il est possible :

- soit d'assouplir le bridage, ce qui autorisera de faibles déformations, acceptables ;
- soit de postchauffer les pièces.

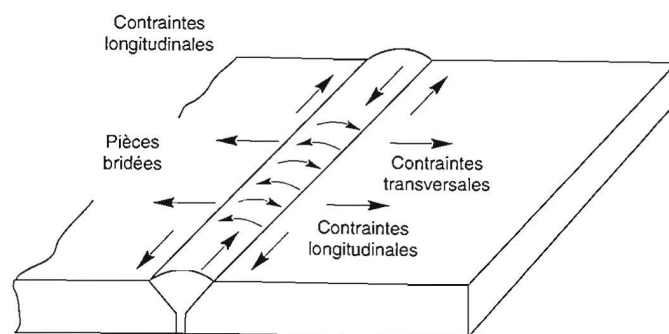
Quelques autres précautions élémentaires doivent être prises :

- éviter l'assemblage de pièces de trop grande différence d'épaisseurs, car il y a risque de déformation de la pièce la plus mince et risque de fissuration du cordon de soudure au refroidissement ;
- éviter les assemblages par soudure pour des pièces d'épaisseur supérieure à 30 mm ;

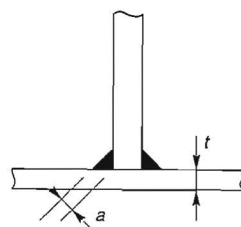
- réaliser des cordons de diamètre supérieur à 4 mm ($a \geq 4$ mm) et de longueur supérieure à 50 mm ($l > 50$ mm ou $10a$) ;
- veiller à une bonne corrélation entre l'épaisseur du cordon et l'épaisseur de la plus faible des pièces à assembler (figure 42).



- Figure 40 -



- Figure 41 -



t (mm)	4	6	7	8	10	12	14	16	18
a (mm)	3	4	5	6	7	8	10	11	13

- Figure 42 -

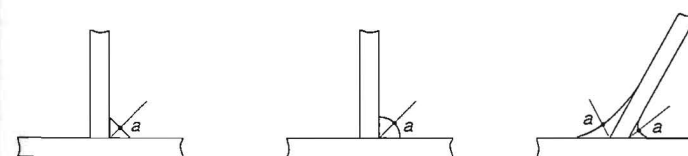
2.3.3 CALCUL DES CORDONS DE SOUDURE

Les soudures bout à bout ne se calculent pas. On admet qu'il y a continuité de matière, donc continuité des pièces, aux deux conditions toutefois, que l'épaisseur de la soudure soit au moins égale à l'épaisseur de la plus faible des pièces assemblées et que le métal d'apport ait des caractéristiques mécaniques au moins égales à celle du métal de base.

Les méthodes de calcul qui vont suivre s'appliquent donc aux soudures d'angle.

NOTATIONS

- a épaisseur utile ou gorge, distance minimale de la racine à la surface du cordon (figure 43) ;
- l longueur utile du cordon ;
- N effort pondéré appliqué à chaque cordon, supposé centré au milieu de la longueur du cordon ;
- $\sigma, \tau_{\perp}, \tau_{//}$ composantes de la contrainte moyenne rapportée à la section de gorge du cordon, al . Soit :
 - σ composante perpendiculaire à la section ;
 - $\tau_{\perp}$ composante dans le plan de la section perpendiculaire à l'axe longitudinal du cordon ;
 - $\tau_{//}$ composante dans le plan de la section parallèle à l'axe longitudinal du cordon.



- Figure 43 -

RÉGLEMENTATIONS

Les méthodes de calcul suivantes sont définies par l'Eurocode 3 (chapitre 6.6. et annexe M), qui se substitue à la norme NF P. 22470.

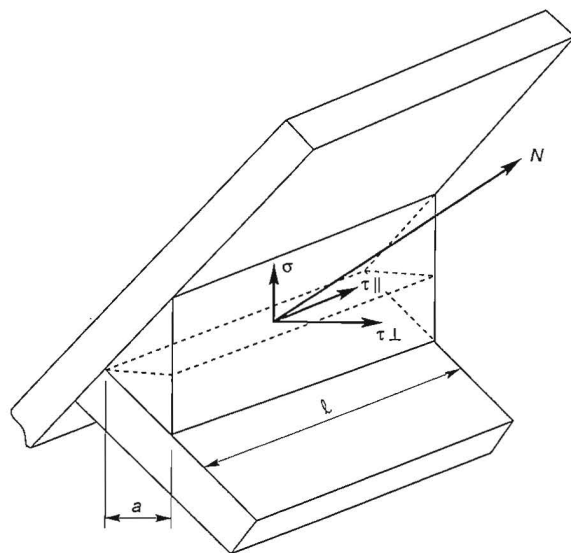
FORMULE FONDAMENTALE

Elle est donnée par l'annexe M à l'Eurocode 3 et elle exprime que les composantes de la contrainte moyenne rapportée à la section de gorge du cordon de soudure doivent satisfaire à la condition :

$$\beta_w \sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}}$$

avec des coefficients β_w et γ_{Mw} variables selon la nuance d'acier :

Nuances d'acier		γ_{Mw}	β_w	$\beta_w \cdot \gamma_{Mw}$
f_y	f_u			
235 MPa	360 MPa	1,25	0,80	1,00
275 MPa	430 MPa	1,30	0,85	1,10
355 MPa	510 MPa	1,35	0,90	1,20



- Figure 44 -

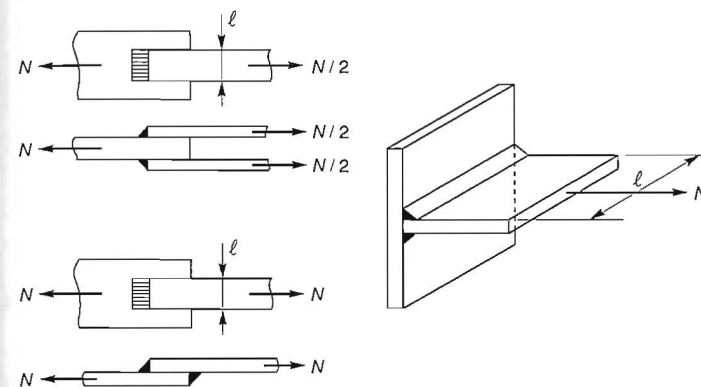
Nous allons établir ci-après des formules de calcul pour des cordons reliant :

- soit des pièces orthogonales,
- soit des pièces obliques.

Cordons reliant des pièces orthogonales

Les cordons peuvent être frontaux, latéraux, obliques.

- Cordons frontaux



- Figure 45 -

$$N_n = \frac{N\sqrt{2}}{2}, \text{ d'où } \sigma = \frac{N_n}{a \sum \ell} = \frac{N\sqrt{2}}{2a \sum \ell}$$

$$N_{\perp} = \frac{N\sqrt{2}}{2}, \text{ d'où } \tau_{\perp} = \frac{N_{\perp}}{a \sum \ell} = \frac{N\sqrt{2}}{2a \sum \ell}$$

$$N_{\parallel} = 0, \text{ d'où } \tau_{\parallel} = 0$$

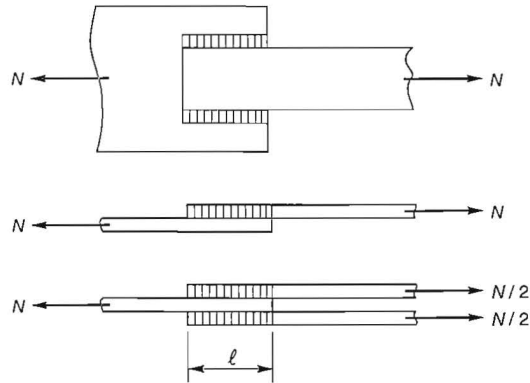
La formule fondamentale s'écrit :

$$\beta_w \sqrt{\frac{2N^2}{4a^2(\sum \ell)^2} + \frac{6N^2}{4a^2(\sum \ell)^2}} \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}}$$

soit :

$$a \cdot \sum \ell \geq \beta_w \cdot \gamma_{Mw} \frac{N\sqrt{2}}{f_u}$$

- Cordons latéraux



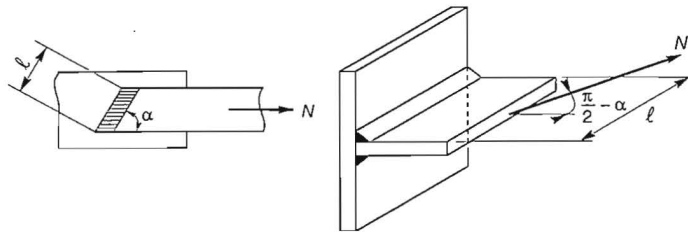
- Figure 46 -

$$\sigma = \tau_{\perp} = 0 \quad \text{et} \quad \tau_{\parallel} = \frac{N}{a \Sigma \ell}$$

D'où :

$$a \cdot \Sigma \ell \geq \beta_w \cdot \gamma_{Mw} \frac{N \sqrt{3}}{f_u}$$

- Cordons obliques



- Figure 47 -

$$\sigma = \tau_{\perp} = \frac{N \cdot \sin \alpha}{\sqrt{2} a \Sigma \ell}$$

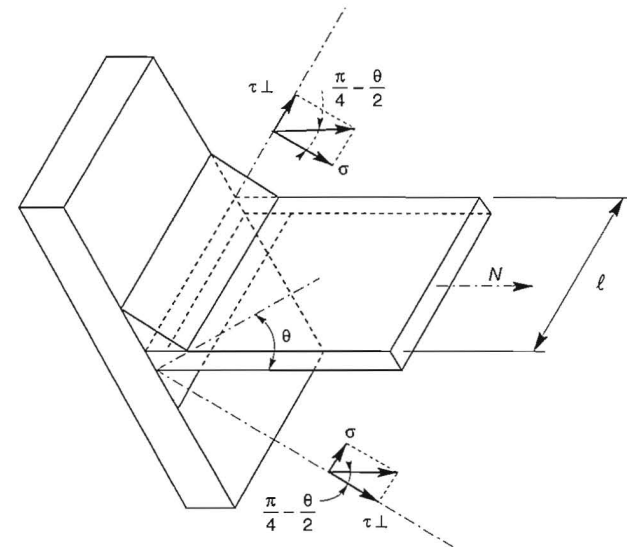
$$\tau_{\parallel} = \frac{N \cdot \cos \alpha}{a \Sigma \ell}$$

D'où

$$a \cdot \Sigma \ell \geq \beta_w \cdot \gamma_{Mw} \frac{N \sqrt{3 - \sin^2 \alpha}}{f_u}$$

Cordons reliant des pièces obliques

θ désignant l'angle d'une des faces d'assemblage avec la perpendiculaire à l'autre face, on distingue de la même façon des cordons frontaux, latéraux et obliques.



- Figure 48 -

- Cordons frontaux

• Pour l'angle obtus :

$$\sigma = \frac{N}{a \Sigma \ell} \cos \left(\frac{\Pi}{4} - \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\tau_{\perp} = \frac{N}{a \Sigma \ell} \sin \left(\frac{\Pi}{4} - \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\tau_{\parallel} = 0$$

d'où :

$$a. \Sigma l \geq \beta_w \cdot \gamma_{Mw} \frac{N\sqrt{2 - \sin \theta}}{f_u}$$

- Pour l'angle aigu :

Un calcul analogue conduit à :

$$a. \Sigma l \geq \beta_w \cdot \gamma_{Mw} \frac{N\sqrt{2 + \sin \theta}}{f_u}$$

- Cordons latéraux :

De la même façon que pour des pièces orthogonales, on vérifie quel que soit l'angle, obtus ou aigu, que :

$$a. \Sigma l \geq \beta_w \cdot \gamma_{Mw} \frac{N\sqrt{3}}{f_u}$$

- Cordons obliques

Dans le cas de cordons obliques, faisant un angle α avec la direction de l'effort, on établit :

- Pour un angle obtus :

$$a. \Sigma l \geq \beta_w \cdot \gamma_{Mw} \frac{N\sqrt{3 - (1 + \sin \theta) \cdot \sin^2 \alpha}}{f_u}$$

- Pour un angle aigu :

$$a. \Sigma l \geq \beta_w \cdot \gamma_{Mw} \frac{N\sqrt{3 - (1 - \sin \theta) \cdot \sin^2 \alpha}}{f_u}$$

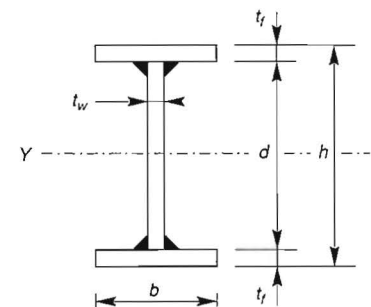
Formule enveloppe

Il existe une formule enveloppe, qui dispense de tous les calculs précédents, qui place en sécurité, quelle que soit l'orientation de l'effort et du cordon de soudure :

$$a. \Sigma l \geq \beta_w \cdot \gamma_{Mw} \frac{N\sqrt{3}}{f_u}$$

Assemblage de pièces fléchies

(cordons entre âme et semelles d'une poutre reconstituée)



- Figure 49 -

- Soit V l'effort tranchant, μ le moment statique d'une semelle par rapport à y et I le moment d'inertie de la section complète par rapport à y .
- Considérons l'attache d'une semelle sur l'âme (soit deux cordons) :

$$\sigma = \tau_{\perp} = 0 \quad \text{et} \quad \tau_{\parallel} = \frac{V\mu}{2aI}$$

La formule fondamentale :

$$\beta_w \sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}}$$

s'écrit alors :

$$\beta_w \frac{V\mu\sqrt{3}}{2aI} \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}}$$

$$\text{ou} \quad a \geq \frac{\beta_w \cdot \gamma_{Mw} \cdot V\mu\sqrt{3}}{2If_u} \quad (1)$$

- Si on limite le moment d'inertie de la section au moment des deux semelles, sans tenir compte de l'âme, ce qui place en sécurité, on a :

$$I = 2b \int \left(\frac{d}{2}\right)^2 \quad \text{et} \quad \mu = b \int \frac{d}{2}$$

donc : $I/\mu = d$

– Écrivons que $\tau_{//} \leq \frac{f_u}{\sqrt{3}}$, avec $\tau_{//} = \frac{V}{d t_w}$, soit : $V \leq \frac{f_u \cdot d \cdot t_w}{\sqrt{3}}$ (2)

L'épaisseur utile du cordon de soudure s'écrit finalement, en combinant les relations (1) et (2) :

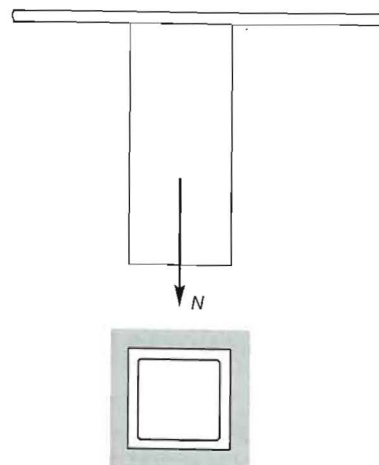
$$a \geq \frac{\beta_w \gamma_{Mw} \sqrt{3}}{2 d f_u} \cdot \frac{f_u \cdot d \cdot t_w}{\sqrt{3}}$$

Soit :

$$a \geq \beta_w \cdot \gamma_{Mw} \frac{t_w}{2}$$

2.3.4. EXEMPLES D'APPLICATION

Exemple 1 : attache d'un tube sur une platine



– Figure 50 –

Soit un tube $80 \times 80 \times 5$, soudé sur une platine par un cordon périphérique d'épaisseur $a = 5$ mm. Quel effort axial pondéré N peut-il supporter ? Acier S.235.

S'agissant d'un cordon frontal, il faut vérifier que :

$$N \leq \frac{a \Sigma \ell \cdot f_u}{\gamma_{Mw} \cdot \beta_w \sqrt{2}}$$

avec

$$\begin{aligned} a &= 5 \text{ mm} \\ \Sigma \ell &= 4 \times 80 = 320 \text{ mm} \\ \gamma_{Mw} \cdot \beta_w &= 1 \\ f_u &= 360 \text{ MPa} \end{aligned}$$

D'où l'on tire : $N \leq 400$ kN

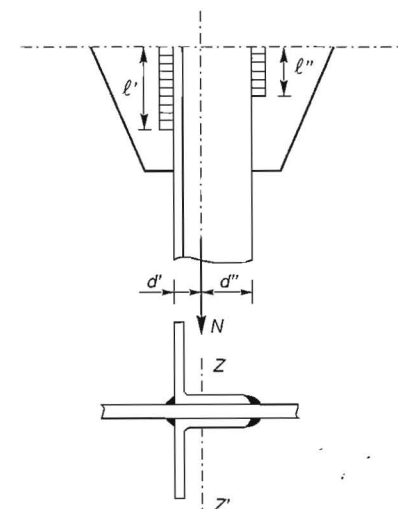
Il convient cependant de vérifier la contrainte de traction dans le tube.

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{400}{1500} \times 10^3 = 267 \text{ MPa} > f_y = 235$$

La pièce périra avant la soudure. Il convient donc de limiter l'effort N à :

$$N \leq A \cdot f_y = 1500 \times 235 \times 10^{-2} = 352 \text{ kN}$$

Exemple 2 : attaches de deux cornières sur un gousset.



– Figure 51 –

- Soient deux cornières $80 \times 80 \times 8$, soudées sur un gousset par des cordons d'épaisseur $a = 4$ mm.
- L'effort de traction pondéré N appliqué sur l'axe neutre vaut $N = 40\,000$ daN
- $d' = 23$ mm et $d'' = 57$ mm.
- Acier S.235.

Calculer la longueur des cordons de soudure.

Dans l'idéal, il faut que le centre de gravité des cordons de soudure soit situé sur l'axe neutre des cornières ZZ' . Dans ce cas, leurs moments statiques sont égaux : $\ell' d' = \ell'' d''$.

Par ailleurs, il faut vérifier que :

$$\Sigma \ell \geq \beta_w \cdot \gamma_{Mw} \frac{N \sqrt{3}}{a f_u} \text{ avec } \Sigma \ell = 2 (\ell' + \ell'')$$

Du fait de l'égalité des moments statiques,

$$\ell'' = \ell' \cdot \frac{d'}{d''} \text{ et } \Sigma \ell = 2 \ell' \left(1 + \frac{d'}{d''} \right) = 2 \ell'' \left(1 + \frac{d''}{d'} \right)$$

D'où :

$$\ell' \geq \frac{\beta_w \cdot \gamma_{Mw} \cdot N \cdot \sqrt{3}}{2 a f_u \left(1 + \frac{d'}{d''} \right)} = 17 \text{ cm}$$

$$\ell'' \geq \frac{\beta_w \cdot \gamma_{Mw} \cdot N \cdot \sqrt{3}}{2 a f_u \left(1 + \frac{d''}{d'} \right)} = 7 \text{ cm}$$

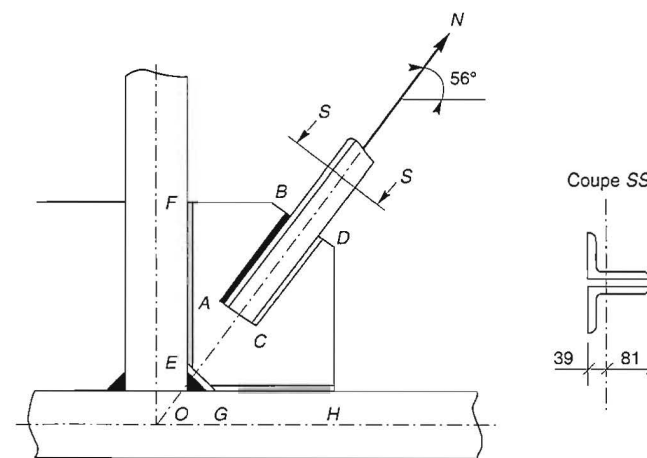
Exemple 3 : attache d'une diagonale de treillis sur un gousset

Soit une diagonale de treillis, constituée d'une double cornière L $120 \times 80 \times 10$, reprenant un effort de traction pondéré $N = 800$ kN (soit 400 kN pour chacune des cornières).

Dimensions du gousset :

OE = OG = 50 mm
EF = 400 mm
GH = 250 mm
épaisseur : $t = 14$ mm

Calculer les cordons de soudure.



- Figure 52 -

– Attache diagonale / gousset

- Effort dans le cordon AB :

$$\frac{400 \times 81}{120} = 270 \text{ kN}$$

- Effort dans le cordon CD :

$$\frac{400 \times 39}{120} = 130 \text{ kN}$$

Il faut vérifier : $\Sigma \ell \geq \beta_w \gamma_{Mw} \frac{N \sqrt{3}}{a f_u}$

- Cordon AB :

adoptons, par exemple, $a = 7$ mm

$$\ell_{AB} \geq \frac{270 \sqrt{3}}{7 \times 360 \times 10^{-3}} = 190 \text{ mm}$$

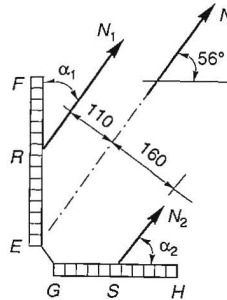
- Cordon CD :

adoptons $a = 5$ mm

$$\ell_{CD} \geq \frac{130 \sqrt{3}}{5 \times 360 \times 10^{-3}} = 130 \text{ mm}$$

– Attache gousset/membrures

Si R et S sont les centres d'inertie des cordons EF et GH , l'effort N se répartit dans les cordons selon :



– Figure 53 –

$$N_1 = \frac{800 \times 160}{270} = 474 \text{ kN}$$

$$N_2 = \frac{800 \times 110}{270} = 326 \text{ kN}$$

Les cordons doivent vérifier :

$$a \geq \frac{\beta_w \cdot \gamma_{Mw} N \sqrt{3 - \sin^2 \alpha}}{f_u \cdot \Sigma \ell}$$

soit :

- Cordons EF :

$$\alpha_1 = 34^\circ$$

$$\sin \alpha_1 = 0,56$$

$$\Sigma \ell = 2 EF = 800 \text{ mm}$$

$$a_1 \geq \frac{474 \sqrt{3 - (0,56)^2}}{360 \times 10^{-3} \times 800} = 2,7 \text{ mm}$$

- Cordons GH :

$$\alpha_2 = 56^\circ$$

$$\sin \alpha_2 = 0,83$$

$$\Sigma \ell = 2 GH = 500 \text{ mm}$$

$$a_2 \geq \frac{326 \sqrt{3 - (0,83)^2}}{360 \times 10^{-3} \times 800} = 2,8 \text{ mm}$$

Nous adopterons $a_1 = a_2 = 4 \text{ mm}$.

CHAPITRE 3

LES PHÉNOMÈNES D'INSTABILITÉ ÉLASTIQUE

3.1. ORIGINE DES PHÉNOMÈNES D'INSTABILITÉ ÉLASTIQUE

Le calcul d'une structure exige que, sous toutes les combinaisons d'actions possibles, définies réglementairement, la stabilité statique soit assurée,

- tant globalement, au niveau de la structure
- qu'individuellement au niveau de chaque élément.

Les actions développent diverses sollicitations, qui génèrent des contraintes au sein du matériau et des déformations des éléments.

Il s'agit donc, afin de garantir le degré de sécurité souhaité ou souhaitable, de vérifier que les contraintes et les déformations restent en deçà des limites admissibles.

Deux cas de figure se présentent :

- *Le cas des petites déformations*

Tant que l'on reste dans le domaine des petites déformations, on admet que les sollicitations ne varient pas (ou peu) sous l'effet des déformations, ce qui conduit simplement à vérifier que les contraintes restent inférieures à la contrainte de ruine.

- *Le cas des grandes déformations*

Dans ce cas, les déformations modifient considérablement les sollicitations qui les ont initiées et nécessitent des calculs spécifiques.

L'apparition de déformations importantes dans certaines pièces peut survenir :

- dans le domaine élastique, lorsque la corrélation linéaire efforts/déformations n'est plus vérifiée, les déformations augmentant plus vite que les efforts appliqués ;
- dans le domaine élasto-plastique, lorsqu'il y a écoulement plastique.

Les grandes déformations affectent les zones comprimées des pièces, qui peuvent présenter trois types de comportements caractéristiques, dénommés phénomènes d'instabilité, qui sont :

- le flambement, qui affecte les barres simplement comprimées (flambement simple) ou comprimées et fléchies (flambement flexion), qui est très dangereux,
- le déversement, qui affecte les semelles comprimées des pièces fléchies,
- le voilement, qui affecte les âmes des pièces fléchies.

L'étude des phénomènes d'instabilité élastique est particulièrement importante en construction métallique, car ils sont très fréquents du fait de l'utilisation d'éléments minces et de grand élancement.

Nous nous proposons donc d'examiner successivement les trois principaux phénomènes d'instabilité (flambement, déversement, voilement), sous leurs aspects théoriques, expérimentaux et réglementaires.

3.2. LE FLAMBEMENT

3.2.1. ASPECT THÉORIQUE DU FLAMBEMENT

3.2.1.1. LE FLAMBEMENT SIMPLE

A. Poutre bi-articulée

Le flambement simple affecte les pièces soumises à la compression simple. Son étude est due à EULER.

La théorie d'Euler est fondée :

- sur une poutre droite, bi-articulée à ses extrémités,
- soumise à un effort normal de compression centré N , appliqué dans l'axe Ox ,
- dont les dimensions transversales sont faibles en regard de la longueur (grand élancement),
- dont les inerties sont maximale dans le plan zOx et minimale dans le plan yOx (voir figure 54).

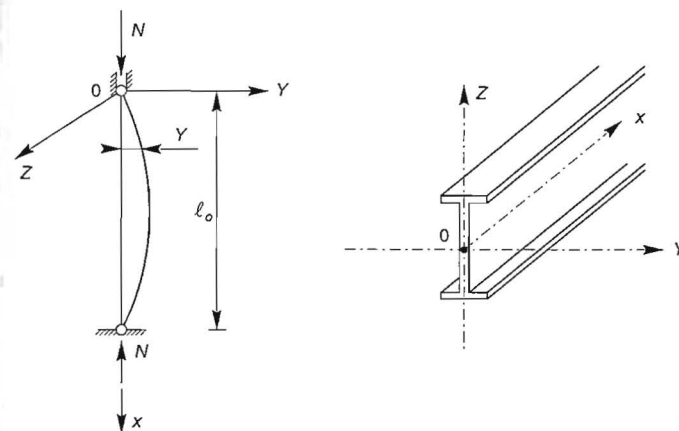
Lorsque N croît, à partir de zéro, l'état d'équilibre rectiligne initial évolue vers un état curviligne fléchi.

D'après la loi fondamentale de la flexion, issue de la résistance des matériaux, le moment fléchissant s'écrit :

$$M = -EI \frac{d^2 Y}{dx^2}$$

Or, $M = Ny$, donc : $EI \frac{d^2 Y}{dx^2} + NY = 0$.

En posant $\alpha = \sqrt{\frac{N}{EI}}$, on obtient l'équation de l'élastique :



- Figure 54 -

$$\frac{d^2 Y}{dx^2} + \alpha^2 Y = 0$$

équation différentielle du second ordre, dont la solution générale est de la forme :

$$Y = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x$$

La résolution de cette équation s'opère grâce aux conditions aux limites :

- pour $x = 0$, $Y(0) = 0$, $B = 0$
- pour $x = l_0$, $Y(l_0) = 0$, $A \sin \alpha l_0 = 0$

Deux cas sont alors possibles :

- Si $\sin \alpha \ell_0 \neq 0$, $A = 0$ et $Y(x) = 0$ quel que soit x . Dans ce cas, seul l'équilibre rectiligne est possible.
- Si $\sin \alpha \ell_0 = 0$, $\alpha \ell_0 = k \pi$

$$\text{Soit : } \alpha = \frac{k \pi}{\ell_0} = \sqrt{\frac{N}{EI}}$$

$$\text{d'où : } N = \frac{k^2 \pi^2 EI}{\ell_0^2}$$

- Si $k = 0$, $N = 0$ et la poutre est rectiligne. Pour qu'elle reste fléchie, il faut que k soit au moins égal à 1, ce qui conduit à la valeur minimale de N , correspondant à un équilibre fléchi de la poutre, qui vaut :

$$N_K = \frac{\pi^2 EI}{\ell_0^2}$$

N_K = force critique d'Euler.

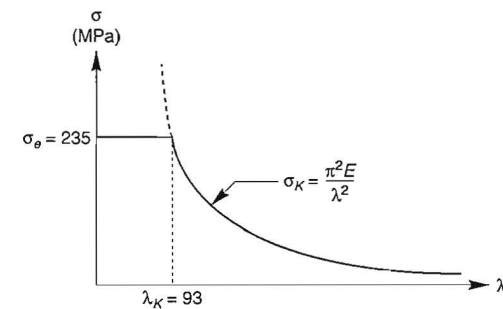
À la force critique d'Euler N_K correspond une contrainte critique $\sigma_K = \frac{N_K}{A}$, A étant la section droite de la poutre, qui s'écrit encore :

$$\sigma_K = \frac{\pi^2 E}{\ell_0^2} \cdot \frac{I}{A} = \frac{\pi^2 E}{\ell_0^2} \cdot i^2$$

avec $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$, rayon de giration minimal, correspondant à l'inertie I minimale et à

l'élancement maximal $\lambda = \frac{\ell_0}{i}$, d'où finalement :

$$\sigma_K = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$



— Figure 55 —

- lorsque $\sigma_K > \sigma_e$ aucun risque de flambement n'est à craindre et la ruine survient pour $\sigma = \sigma_e$.
- lorsque $\sigma_K < \sigma_e$, il y a ruine par flambement dès lors que $\sigma = \sigma_K$.

À la limite de bifurcation d'équilibre, pour laquelle $\sigma_K = \sigma_e$, correspond un élancement critique λ_K . Dans le cas d'un poteau bi-articulé en acier E.235, l'élancement critique vaut :

$$\lambda_K = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_K}} = \pi \sqrt{\frac{210\,000}{235}} = 93$$

B. Poutre encastrée en pied et articulée en tête

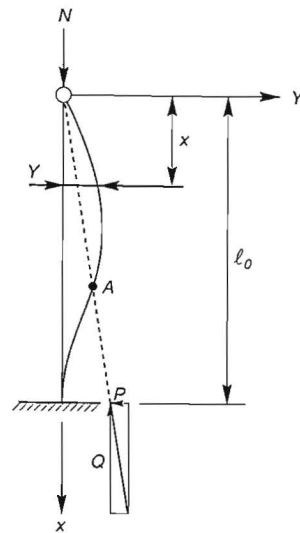
La ligne d'action de N tend à se déplacer dans la section d'encastrement et génère une réaction transversale P , la ligne d'action passe par A , point d'inflexion de la déformée.

L'équation de la déformée s'écrit :

$$EI \frac{d^2 Y}{dx^2} = -M = -NY + Px$$

et a pour solution, en posant $\alpha = \sqrt{\frac{N}{EI}}$:

$$Y = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x + \frac{P}{N} x$$



- Figure 56 -

La résolution s'effectue grâce aux conditions aux limites :

$$Y(0) = 0, \text{ soit } B = 0$$

$$Y(l_0) = 0, \text{ soit } A \sin \alpha l_0 + \frac{P}{N} l_0 = 0$$

$$Y'(l_0) = 0, \text{ soit } A \alpha \cos \alpha l_0 + \frac{P}{N} = 0$$

D'où l'on tire l'équation transcendante $\tan \alpha l_0 = \alpha l_0$, qui a pour plus petite racine $\alpha l_0 = 4,5$.

Soit :

$$\alpha = \frac{4,5}{l_0} = \sqrt{\frac{N}{EI}}$$

d'où :

$$N_K = 2 \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$$

Ce qui montre, en se référant à la formule d'Euler pour une poutre bi-articulée, que :

$$\frac{2}{l_0^2} = \frac{1}{l_K^2}, \text{ soit } l_K = \frac{l_0 \sqrt{2}}{2} = 0,7 l_0$$

C. Poutre bi-encastée

L'équation différentielle est :

$$EI_z \frac{d^2 y}{dx^2} = M$$

L'expression du moment est de la forme :

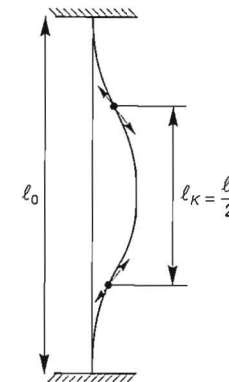
$$M = -Ny + Cx + D$$

Par conséquent :

$$EI_z \frac{d^2 y}{dx^2} + Ny = Cx + D$$

et par intégration, il vient :

$$y = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x + Cx + D$$



- Figure 57 -

Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\begin{cases} y(0) = y(l_0) = 0 \\ y'(0) = y'(l_0) = 0 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} A + D = 0 \\ B \alpha l_0 + C = 0 \\ A \cos \alpha l_0 + B \sin \alpha l_0 + C l_0 + D = 0 \\ A \alpha \sin \alpha l_0 + B \alpha \cos \alpha l_0 + C = 0 \end{cases}$$

La déformation ne sera pas nulle si le système obtenu en éliminant C et D a une solution différente de zéro :

$$A(1 - \cos \alpha \ell_0) + B(\alpha \ell_0 - \sin \alpha \ell_0) = 0$$

$$A \sin \alpha \ell_0 + B(1 - \cos \alpha \ell_0) = 0$$

c'est-à-dire si :

$$(1 - \cos \alpha \ell_0)^2 (\alpha \ell_0 - \sin \alpha \ell_0) \sin \alpha \ell_0 = 0 ;$$

soit en développant :

$$1 - 2 \cos \alpha \ell_0 + \cos^2 \alpha \ell_0 - \alpha \ell_0 \sin \alpha \ell_0 + \sin^2 \alpha \ell_0 = 0$$

ou :

$$2(1 - \cos \alpha \ell_0) = \alpha \ell_0 \sin \alpha \ell_0$$

La plus petite racine non nulle de cette équation est :

$$\alpha \ell_0 = 2\pi.$$

La force critique d'Euler est donc égale à :

$$N_K = 4 \pi^2 \frac{EI}{\ell_0^2}$$

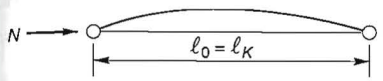
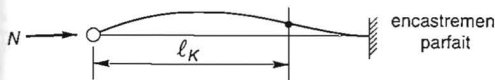
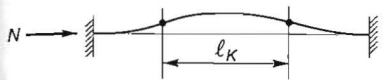
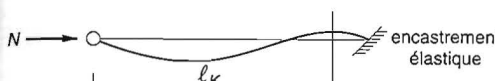
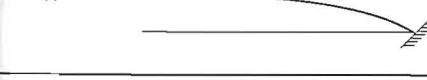
D'une manière générale, selon les conditions aux appuis, la force critique d'Euler vaut :

$$N_K = m \frac{\pi^2 EI}{\ell_0^2}$$

ℓ_0 étant la longueur réelle de la barre. En introduisant la longueur de flambement ℓ_K , elle s'écrit alors :

$$N_K = \frac{\pi^2 EI}{\ell_K^2} \quad \text{avec} \quad \ell_K = \frac{\ell_0}{\sqrt{m}}$$

Des calculs analogues à ceux que nous avons effectués pour une poutre bi-articulée ou encastree/articulée, conduisent à des valeurs de m et de ℓ_K , récapitulées ci-après (Figure 58) :

Conditions d'appuis	m	ℓ_K
• Sans déplacements des extrémités		
	1	ℓ_0
	2	$0,7 \ell_0$
	4	$0,5 \ell_0$
	$1 < m < 2$	$> 0,7 \ell_0$
• Avec liberté de déplacements aux extrémités		
	$\frac{1}{4}$	$2 \ell_0$
	1	ℓ_0
	$m < \frac{1}{4}$	$> 2 \ell_0$

- Figure 58 -

3.2.1.2. LE FLAMBEMENT FLEXION

Il s'agit, dans ce cas, d'une poutre idéale rectiligne, soumise simultanément à un effort normal N et à un moment fléchissant M_0 .

En comparaison au flambement simple, il y a dans ce cas une amplification de la déformée et donc des contraintes de flexion et de compression.

Si $M_0(x)$ est le moment fléchissant initial, le moment fléchissant total dans la poutre, comprimée et fléchie, vaut :

$$M(x) = M_0(x) + Ny$$

La déformée a pour équation :

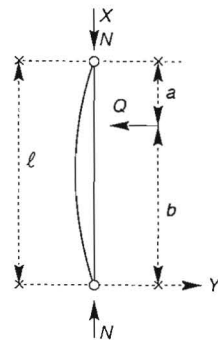
$$EI = \frac{d^2 y}{dx^2} + Ny = -M_0(x)$$

Pour des fonctions simples de $M_0(x)$, l'intégration est possible.

Considérons les deux cas les plus courants de moments :

- moment sous charge concentrée transversale,
- moment sous charge uniformément répartie transversale.

A. Sous charge concentrée Q



- Figure 59 -

Nous avons : si $x \leq a$ $\mu(x) = Q_x \frac{\ell - a}{\ell}$

si $x \geq a$ $\mu(x) = Q_a \frac{\ell - x}{\ell}$

L'intégrale générale a pour expression :

- si $0 \leq x \leq a$

$$y(x) = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x + \frac{Q}{N} x \frac{\ell - a}{\ell}$$

- si $a \leq x \leq \ell$

$$y(x) = C \cos \alpha x + D \sin \alpha x + \frac{Q}{N} a \frac{\ell - x}{\ell}$$

Les coefficients A, B, C, D sont déterminés en écrivant que :

$$A = 0;$$

$$B = -\frac{Q}{\alpha N} \frac{\sin \alpha (\ell - a)}{\sin \alpha \ell};$$

$$C = -D \operatorname{tg} \alpha \ell;$$

$$D = \frac{Q}{\alpha N} \frac{\sin \alpha a}{\operatorname{tg} \alpha \ell} \Rightarrow C = -\frac{Q}{\alpha N} \sin \alpha a$$

Finalement :

- si $0 \leq x \leq a$:

$$y(x) = -\frac{Q}{\alpha N} \frac{\sin \alpha (\ell - a)}{\sin \alpha \ell} \sin \alpha x + \frac{Q}{N} x \frac{\ell - a}{\ell}$$

- si $a \leq x \leq \ell$:

$$y(x) = -\frac{Q}{\alpha N} \frac{\sin \alpha a}{\sin \alpha \ell} \sin \alpha (\ell - x) + \frac{Q}{N} a \frac{\ell - x}{\ell}$$

pour $x = \frac{\ell}{2}$ et $a = \frac{\ell}{2}$

$$u = \frac{\alpha \ell}{2} \frac{\ell}{2} \sqrt{\frac{N}{EI_z}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{N_K}}$$

$$y_{\max} = -\frac{Q \ell^3}{48 EI_z} \frac{3(\operatorname{tg} u - u)}{u^3}$$

$$y_{\max} = \frac{Q \ell}{4} \frac{\operatorname{tg} u}{u}$$

B. Sous charge uniformément répartie q

$\mu(x) = \frac{qx}{2}(\ell - x)$ En posant : $u = \frac{\alpha \ell}{2}$; il vient :

$$y(x) = \frac{q \ell^4}{16 E I_z u^4} \left[1 - \frac{\cos \left[u \left(1 - \frac{2x}{\ell} \right) \right]}{\cos u} \right] + \frac{q \ell^2 x}{8 E I_z u^2} (\ell - x)$$

La flèche maximale pour $x = \frac{\ell}{2}$ s'écrit :

$$y_{\max} = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{E I_z} \frac{24 (1 - \cos u) - 12 u^2 \cos u}{5 u^4 \cos u}$$

$$y_{\max} = \frac{q \ell^2}{8} \frac{2 (\cos u - 1)}{u^2 \cos u}$$

Les résultats, pour les cas usuels, sont rassemblés dans le tableau ci-après, dans lequel $t = \frac{\alpha \ell}{2}$

Cond. aux appuis	Cas de charges	M_0 max. pour $z = \frac{\ell}{2}$	M max. pour $z = \frac{\ell}{2}$	Coefficient d'amplification des moments : $r = \frac{M \max}{M_0 \max}$
Bi-articulé		$q \frac{\ell^2}{8}$	$q \frac{\ell^2}{8} r$	$\frac{2}{t^2} \left(\frac{1}{\cos t} - 1 \right)$
		$Q \frac{\ell}{4}$	$Q \frac{\ell}{4} r$	$\frac{1}{t} \operatorname{tg} t$
Bi-encastré		$q \frac{\ell^2}{24}$	$q \frac{\ell^2}{24} r$	$\frac{3}{t \sin 2t} - \frac{3}{2 t^2}$
		$Q \frac{\ell}{8}$	$Q \frac{\ell}{8} r$	$\frac{1}{t} \operatorname{tg} t$

- Figure 60 -

3.2.1.3. INFLUENCE DE L'EFFORT TRANCHANT SUR LE FLAMBEMENT DES PIÈCES

La sollicitation d'effort tranchant, généralement présente dans les pièces fléchies de la pratique, entraîne des déformations dont nous n'avons pas tenu compte jusqu'à présent. En fait, la présence d'un effort tranchant ne modifie d'une manière sensible la charge critique que dans les poutres à treillis.

Reprenons le cas simple de la poutre d'Euler bi-articulée, sollicitée en compression simple.

Nous avons :

$$M = N y \quad \text{et} \quad V = \frac{dM}{dx} = N \frac{dy}{dx}$$

L'équation de la déformée s'écrit, en prenant en compte les déformations engendrées par l'effort tranchant :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} + \frac{d}{dx} \left(\frac{V}{GA_1} \right)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{N y}{EI} + \frac{N}{GA_1} \cdot \frac{dy}{dx}$$

soit :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} \left(1 - \frac{N}{GA_1} \right) + \frac{N}{EI} y = 0$$

Posons :

$$\beta^2 = \frac{N}{EI \left(1 - \frac{N}{GA_1} \right)}$$

L'équation devient :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \beta^2 y = 0$$

Elle est analogue à l'équation différentielle du § 3.2.1.1. précédent, et se résout de la même façon.

La force critique de flambement, qui valait $N_K = \frac{\pi^2 EI}{\ell_K^2}$, est réduite en raison de

l'influence de l'effort tranchant et devient :

$$N_K = \frac{\pi^2 EI}{\ell_K^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 EI}{\ell_K^2} \frac{1}{GA_1}}$$

ou :

$$N_K = \frac{N_K}{1 + \frac{N_K}{GA_1}}$$

 A_1 étant la section réduite à l'effort tranchant.- Si A_1 est très grande :

$$\beta^2 = \alpha^2 = \frac{N}{EI} \quad \text{et} \quad N_K = N_K \frac{\pi^2 EI}{\ell_K^2}$$

- Si, au contraire I est très grand :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} \left(1 - \frac{N}{GA_1} \right) = 0$$

ce qui est vérifié pour $\frac{N}{GA_1} = 1$, c'est-à-dire que la force critique de flambement

d'effort tranchant est :

$$N''_K = GA_1$$

En général, on a :

$$N_K = \frac{\pi^2 EI}{\ell_K^2} \left(1 - \frac{N_K}{GA_1} \right)$$

C'est-à-dire :

$$N_K = N'_K \left(1 - \frac{N_K}{N''_K} \right)$$

ou encore :

$$\frac{1}{N_K} = \frac{1}{N'_K} + \frac{1}{N''_K}$$

Si la diminution est faible pour les poutres à âme pleine, et négligeable, elle est, au contraire, sensible pour les poutres triangulées.

3.2.2. ASPECT EXPÉRIMENTAL DU FLAMBEMENT

L'expérimentation en laboratoire, effectuée sur des poutrelles laminées courantes, soumises à des efforts de compression progressivement croissants, montre que la ruine des pièces se manifeste de deux façons différentes, selon l'élanement des pièces.

- Pour les pièces de faible élanement (forte section, faible hauteur, $\lambda < 20$), la ruine se manifeste par l'affaissement des membrures, sous la contrainte σ_e approximativement.
- Pour les pièces de grand élanement ($\lambda > 100$), la ruine intervient pour une contrainte d'affaissement σ_s (inférieure à la limite élastique σ_e et à la contrainte d'Euler σ_K), pour laquelle on observe une augmentation brutale des déformations, avec l'apparition de zones plastifiées, suivie d'un effondrement. En outre, la courbe contraintes/déformations n'est pas linéaire.

L'affaissement a lieu pour une contrainte σ_s inférieure à σ_K . La contrainte d'Euler représente en fait une borne supérieure, que l'on ne peut atteindre, du fait que la théorie d'Euler prend en compte une barre idéale, parfaitement rectiligne et soumise à un effort de compression N parfaitement centré au centre de gravité de la section et appliqué suivant l'axe moyen, ce qui n'est jamais le cas dans la réalité. En effet :

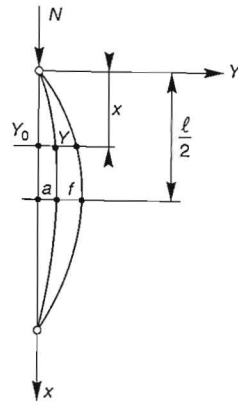
1. les pièces, après leur traitement en laminoir et leurs diverses manutentions et transports, ne sont pas rigoureusement rectilignes (défauts de rectitude) ;
2. leurs inerties ne sont pas constantes (tolérances de laminage) ;
3. les efforts normaux de compression et les appuis ne sont jamais rigoureusement centrés (défauts de centrage) ;
4. les poteaux, sur chantier, ne sont jamais parfaitement verticaux (tolérances de montage) ;
5. enfin, le module d'élasticité E de l'acier n'est pas vraiment constant, du fait des contraintes résiduelles de laminage (défauts d'homogénéité).

Ces cinq types de défauts, plus ou moins prononcés, mais réels et inévitables, contribuent à affaiblir les éléments, en raison des moments de flexion parasites qu'ils créent, qui majorent considérablement la contrainte.

Les défauts de rectitude (défauts 1 et 2) et les défauts de centrage (défauts 3, 4 et 5) réduisent la force portante de la barre, et justifient des calculs spécifiques.

3.2.2.1. PRISE EN COMPTE DES DÉFAUTS DE RECTITUDE.

Considérons une poutre dotée d'une courbure initiale $y_0 = f(x)$ et chargée centralement (figure 61).



- Figure 61 -

Dans une section courante z , le moment fléchissant vaut $M(x) = N(y + y_0)$

L'équation de la déformée s'écrit :

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M = -N(y + y_0)$$

D'où :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \alpha^2 (y + y_0) = 0$$

La déformée de la poutre, à vide, s'exprime par le développement en série de sinus suivante :

$$y_0 = a_1 \frac{\sin \pi x}{\ell} + a_2 \sin \frac{2 \pi x}{\ell} + \dots$$

qui, en première approximation (les autres termes étant négligeables), se résume à :

$$y_0 = a \sin \frac{\pi x}{\ell}. \text{ Soit :}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \alpha^2 \left(y + a \sin \frac{\pi x}{\ell} \right) = 0 \quad (1)$$

La solution générale de cette équation est de la forme :

$$y = D \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

Les dérivées sont :

$$\frac{dy}{dx} = D \frac{\pi}{\ell} \cos \frac{\pi x}{\ell}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -D \frac{\pi^2}{\ell^2} \sin \frac{\pi x}{\ell}$$

L'équation (1) devient alors :

$$\sin \frac{\pi x}{\ell} \left(a \alpha^2 + D \alpha^2 - D \frac{\pi^2}{\ell^2} \right) = 0$$

d'où l'on tire :

$$D = \frac{a}{\frac{\pi^2}{\ell^2} - 1}$$

La flèche additionnelle y prise par la poutre vaut donc :

$$y = \frac{a \sin \frac{\pi x}{\ell}}{\frac{\pi^2}{\ell^2} - 1}$$

Elle est maximale à l'abscisse $x = \frac{\ell}{2}$.

soit :

$$y_{\max} = f = \frac{a}{\frac{\pi^2}{\ell^2} - 1} \quad (2)$$

Compte tenu que $\alpha^2 = \frac{N}{EI}$ et $N_K = \frac{\pi^2 EI}{\ell^2}$, (2) s'écrit encore :

$$f = \frac{a}{\frac{N_K}{N} - 1}$$

Les déformations croissent hyperboliquement avec N .

La flèche totale f_t (flèche initiale + flèche additionnelle) vaut donc :

$$f_t = a + f = \frac{a}{1 - \frac{N}{N_K}} \quad (3)$$

- lorsque $N = 0$, $f_t = a$ (état initial)
- lorsque $N \rightarrow N_K$, $f_t \rightarrow \infty$ (état de ruine)

La contrainte maximale, caractérisant l'état de ruine, est obtenue pour :

$$\sigma_e = \frac{N}{A} + \frac{N f v}{I}$$

Compte tenu que $c = \frac{I}{v A} = \frac{i^2}{v}$, i étant le rayon de giration et c la distance du centre de gravité de la section à la frontière du noyau central, on a :

$$\sigma_e = \sigma \left(1 + \frac{a}{c} \frac{\sigma}{\sigma_K - \sigma} \right) \quad (4)$$

$\frac{\sigma}{\sigma_K - \sigma}$ = coefficient d'amplification de la flèche initiale

$\left(1 + \frac{a}{c} \frac{\sigma}{\sigma_K - \sigma} \right)$ = coefficient d'amplification de la contrainte.

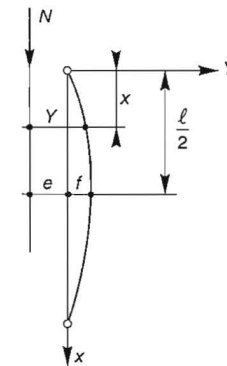
La charge de ruine N est obtenue par la relation (4), en portant $\sigma = \frac{N}{A}$ et

$\sigma_K = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$. On obtient l'équation suivante du second degré, qui donne N :

$$\frac{\lambda^2}{\pi^2 EA} N^2 - \left(\frac{\lambda^2 \sigma_e}{\pi^2 E} + \frac{a}{c} + 1 \right) N + A \sigma_e = 0$$

3.2.2.2. PRISE EN COMPTE DES DÉFAUTS DE CENTRAGE

Considérons cette fois-ci une poutre rectiligne, chargée d'une force normale N , parallèle à son axe moyen, mais excentrée de e (Figure 62).



- Figure 62 -

- Équation de la déformée : $\frac{d^2 Y}{dx^2} + \alpha^2 Y = 0$

- Solution générale : $Y = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x$

- Conditions aux limites :

$y(0) = e$, soit $B = e$

$y(\ell) = e$, soit $A = e \frac{1 - \cos \alpha \ell}{\sin \alpha \ell}$

D'où $y = e \left(\cos \alpha x + \sin \alpha x \frac{1 - \cos \alpha \ell}{\sin \alpha \ell} \right)$

- Flèche totale maximale, pour $x = \frac{\ell}{2}$:

$$e + f = e \left[\cos \alpha \frac{\ell}{2} + \sin \alpha \frac{\ell}{2} \frac{1 - \cos \alpha \ell}{\sin \alpha \ell} \right]$$

or :

$$\begin{aligned} \cos \alpha \ell &= 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha \ell}{2} \\ \sin \alpha \ell &= 2 \sin \frac{\alpha \ell}{2} \cos \frac{\alpha \ell}{2} \end{aligned}$$

d'où :

$$\frac{1 - \cos \alpha \ell}{\sin \alpha \ell} = \operatorname{tg} \frac{\alpha \ell}{2}$$

La flèche totale vaut alors :

$$e + f = e \left(\cos \frac{\alpha \ell}{2} + \sin \frac{\alpha \ell}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha \ell}{2} \right) = \frac{e}{\cos \frac{\alpha \ell}{2}}$$

soit :

$$f = e \left(\frac{1}{\cos \frac{\alpha \ell}{2}} - 1 \right) \quad (5)$$

- Lorsque $N = 0$, $f = 0$ (état initial)
 - Lorsque $N \rightarrow N_K$, $f \rightarrow \infty$ (état de ruine)
- f varie hyperboliquement en fonction de N et a pour asymptote horizontale N_K .

Le moment fléchissant maximal vaut :

$$M_f = N(e + f) = \frac{N \cdot e}{\cos \frac{\alpha \ell}{2}}$$

La contrainte maximale, caractérisant l'état de ruine, est obtenue pour

$$\sigma_e = \frac{N}{A} + \frac{N(e + f) \nu}{I}$$

qui s'écrit encore, en portant $c = \frac{i^2}{\nu}$ et f tirée de la relation (5) :

$$\sigma_e = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{e}{c \cdot \cos \frac{\alpha \ell}{2}} \right)$$

Or, $\cos \frac{\alpha \ell}{2} = \cos \sqrt{\frac{N}{EI}} \cdot \frac{\ell}{2} = \cos \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{N}{EA}}$

soit enfin :

$$\sigma_e = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{e}{c \cos \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{N}{EA}}} \right) \quad (6)$$

La charge de ruine N peut être obtenue par résolution de l'équation (6); Cependant, plus simplement, tant que N reste faible vis-à-vis de N_K (petites déformations), on peut admettre avec une précision suffisante, $\alpha \ell$ étant faible, que :

$$\cos \frac{\alpha \ell}{2} = 1 - \frac{\alpha^2 \ell^2}{8}$$

L'équation (5) s'écrit alors :

$$f = e \left(\frac{1}{1 - \frac{\alpha^2 \ell^2}{8}} - 1 \right)$$

En portant $\alpha^2 = \frac{N}{EI}$, on obtient finalement :

$$N = \frac{8 EI f}{\ell^2 (e + f)} \quad (7)$$

3.2.3. ASPECT RÉGLEMENTAIRE DU FLAMBEMENT

La théorie d'Euler, établie pour des structures idéales, est très insuffisante, en regard des imperfections de centrage, de rectitude, de verticalité et de la présence de contraintes résiduelles.

Il est donc nécessaire de prendre en compte ces imperfections ou leurs effets. Les règlements ont notamment défini un facteur d'imperfection α .

3.2.3.1. VÉRIFICATION SELON L'ADDITIF 80 (CHAP. 5.3)

A. Flambement simple

La sollicitation N de compression, pondérée, doit satisfaire à :

$$k_0 = \frac{N}{N_p} \leq 1$$

avec :

N_p = effet normal de plastification, qui vaut pour une section d'aire A : $N_p = A \cdot \sigma_e$

k_0 = coefficient fonction du plus grand des élancements réduits $\bar{\lambda}_x$ et $\bar{\lambda}_y$, définis par :

$$\bar{\lambda}_x = \frac{\lambda_x}{\lambda_r} \quad \text{et} \quad \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_r}$$

avec $\lambda_r = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_e}}$ (élancement eulérien).

$$\lambda_x = \frac{\ell_{Kx}}{i_x} \quad \text{et} \quad \lambda_y = \frac{\ell_{Ky}}{i_y}$$

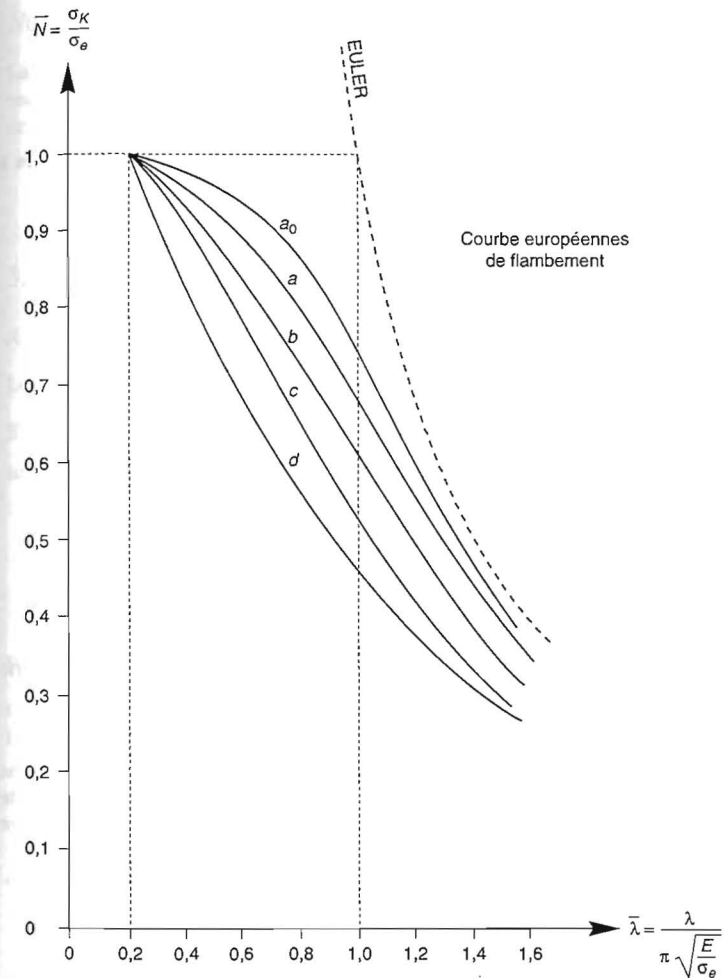
Dans le cas de l'acier S.235, on a :

$$\lambda_r = \pi \sqrt{\frac{21\,000}{24}} = 93 \quad \text{soit} \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{93}$$

Les valeurs de k_0 sont obtenues directement par lecture des tableaux A, B ou C de l'Additif 80 (chapitre 5.3.), les poutres en I relevant du tableau B.

Parallèlement, la Convention Européenne de la Construction Métallique (C.E.C.M.) avait établi des courbes européennes de flambement, non dimensionnelles, en fonction des variables $\bar{N}$ et $\bar{\lambda}$, avec :

$$\bar{N} = \frac{\sigma_K}{\sigma_e} \quad \text{et} \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_r}$$



- Figure 63 -

Remarquons que dans l'additif 80, la contrainte de ruine par flambement σ_K est obtenue pour $k_0 \frac{N}{N_p} = 1$.

Soit : $k_0 \frac{\sigma_K}{\sigma_e} = 1$, d'où

$$k_0 = \frac{1}{N}$$

Les valeurs de $\bar{N}$ lues sur les courbes européennes a, b, c, sont donc égales à l'inverse des valeurs de k_0 lues dans les tableaux A, B, C de l'Additif 80.

Les deux méthodes de vérification au flambement sont donc analogues.

B. Flambement flexion

– La vérification n'est à faire que si :

$$\bar{\lambda} > 0,2 \quad \text{et} \quad k_0 \frac{N}{N_p} > 0,1$$

– Les sollicitations sous charges pondérées doivent satisfaire à la condition suivante :

$$k_0 \frac{N}{N_p} + \frac{k_{fx}}{k_d} \cdot \frac{M_{mx}}{M_{px}} + k_{fy} \frac{M_{my}}{M_{py}} \leq 1 \quad (11)$$

avec :

M_{mx} et M_{my} = moments de flexion maximaux par rapport aux axes de plus forte et de plus faible inerties.

k_0 = coefficient donné par tableaux, en fonction de $\bar{\lambda}$.

k_D = coefficient de déversement, calculé comme indiqué au paragraphe 5,22 de l'additif 80 (et explicité plus loin au chapitre 3.3.3.2. de cet ouvrage), en supposant que le moment de flexion est constant le long de la barre.

$$k_{fx} = \frac{C_{mx}}{1 - \bar{\lambda}_x^2 \frac{N}{N_p}}$$

$$k_{fy} = \frac{C_{my}}{1 - \bar{\lambda}_y^2 \frac{N}{N_p}}$$

C_{mx} et C_{my} étant des coefficients donnés par le tableau VI de l'Additif 80, qui sont fonction du mode de chargement et d'appui. Leurs valeurs étant très proches de 1, on peut par simplification, adopter $C_m = 1$, ce qui place en sécurité.

NOTA

La vérification au flambement, selon l'Additif 80, peut très bien être utilisée dans le seul domaine élastique. Il suffit alors de remplacer, dans la relation (11), le moment de plastification par le moment résistant élastique, soit :

$$M_p = M_e = \sigma_e \cdot \frac{I}{v}$$

3.2.3.2. VÉRIFICATION SELON L'EUROCODE 3

A. Flambement simple (Eurocode § 5.5.1.)

Le risque de flambement n'est à considérer que si $\bar{\lambda} > 0,2$

En ce cas, la sollicitation N de compression simple doit satisfaire à :

$$N \leq \chi \cdot \beta_A \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

où $\beta_A = 1$ pour les sections transversales de Classe 1, 2 ou 3

$\beta_A = A_{eff} / A$ pour les sections transversales de Classe 4

et χ est le coefficient de réduction pour le mode de flambement à considérer.

Pour les éléments à section transversale constante, sollicités en compression axiale constante, la valeur de χ pour l'élancement réduit $\bar{\lambda}$, peut être déterminée par la formule :

$$\chi = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \bar{\lambda}^2]^{0,5}} \quad \text{mais } \chi \leq 1$$

où

$$\phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

α est un facteur d'imperfection

$$\bar{\lambda} = \left[\beta_A A \frac{f_y}{N_{cr}} \right]^{0,5} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_1} \right) [\beta_A]^{0,5}$$

λ est l'élancement pour le mode de flambement à considérer

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \varepsilon$$

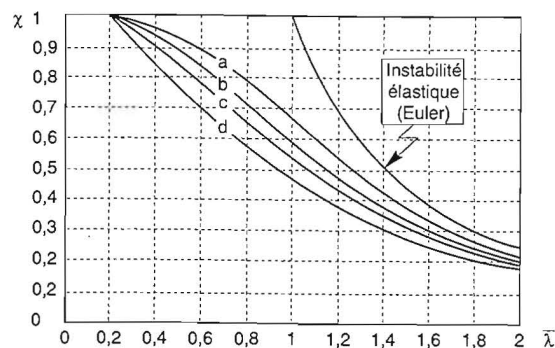
$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (f_y \text{ en N/mm}^2)$$

N_{cr} est l'effort axial critique élastique pour le mode de flambement approprié.

Le facteur d'imperfection α correspondant à la courbe appropriée de flambement vaut :

Courbe de flambement	a	b	c	d
Facteur d'imperfection α	0,21	0,34	0,49	0,76

Les courbes de flambement sont les courbes donnant le coefficient de réduction χ en fonction de l'élancement réduit $\bar{\lambda}$.



- Figure 64 -

Plus simplement et plus rapidement, χ peut être obtenu en fonction de l'élancement réduit $\bar{\lambda}$, au moyen du tableau 65 suivant :

Coefficients de réduction				
$\bar{\lambda}$	Valeurs de χ pour la courbe de flambement			
	a	b	c	d
0,2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,3	0,9775	0,9641	0,9491	0,9235
0,4	0,9528	0,9261	0,8973	0,8504
0,5	0,9243	0,8842	0,8430	0,7793
0,6	0,8900	0,8371	0,7854	0,7100
0,7	0,8477	0,7837	0,7247	0,6431
0,8	0,7957	0,7245	0,6622	0,5797
0,9	0,7339	0,6612	0,5998	0,5208
1,0	0,6656	0,5970	0,5399	0,4671
1,1	0,5960	0,5352	0,4842	0,4189
1,2	0,5300	0,4781	0,4338	0,3762
1,3	0,4703	0,4269	0,3888	0,3385
1,4	0,4179	0,3817	0,3492	0,3055
1,5	0,3724	0,3422	0,3145	0,2766
1,6	0,3332	0,3079	0,2842	0,2512
1,7	0,2994	0,2781	0,2577	0,2289
1,8	0,2702	0,2521	0,2345	0,2093
1,9	0,2449	0,2294	0,2141	0,1920
2,0	0,2229	0,2095	0,1962	0,1766
2,1	0,2036	0,1920	0,1803	0,1630
2,2	0,1867	0,1765	0,1662	0,1508
2,3	0,1717	0,1628	0,1537	0,1399
2,4	0,1585	0,1506	0,1425	0,1302
2,5	0,1467	0,1397	0,1325	0,1214
2,6	0,1362	0,1299	0,1234	0,1134
2,7	0,1267	0,1211	0,1153	0,1062
2,8	0,1182	0,1132	0,1079	0,0997
2,9	0,1105	0,1060	0,1012	0,0937
3,0	0,1036	0,0994	0,0951	0,0882

- Tableau 65 -

Choix de la courbe de flambement correspondant à une section			
Section	Limites	axe de flambement	Courbe de flambement
Sections en I laminées			
	$h/b > 1,2$; $t_f \leq 40$ mm	y - y	a
		z - z	b
	$40 \text{ mm} < t_f \leq 100$ mm	y - y	b
		z - z	c
	$h/b \leq 1,2$; $t_f \leq 100$ mm	y - y	b
		z - z	c
	$t_f > 100$ mm	y - y	d
		z - z	d
Sections en I soudées			
	$t_f \leq 40$ mm	y - y	b
		z - z	c
	$t_f > 40$ mm	y - y	c
		z - z	d
Sections creuses			
	Laminées à chaud	quel qu'il soit	a
	formées à froid - en utilisant f_{yb} *)	quel qu'il soit	b
	formées à froid - en utilisant f_{yb} *)	quel qu'il soit	c
Caissons soudés			
	d'une manière générale (sauf ci-dessous)	quel qu'il soit	b
	Soudures épaisses et $b/t_f < 30$ mm $h/t_w < 30$ mm	y - y	c
		z - z	c
Sections en U, L, T et sections pleines			
		quel qu'il soit	c

* Voir 5.5.1.4 (4) et figure 5.5.2 de l'Eurocode 3.
(L'axe de flambement est perpendiculaire au plan de flexion).

- Tableau 66 -

B. Flambement flexion (Eurocode § 5.5.4.)

Les éléments sollicités simultanément en flexion et en compression axiale, doivent satisfaire à diverses conditions, selon la classe de leur section transversale.

- Sections de classes 1 et 2 :

$$\frac{N}{N_{pl}} + \frac{k_y \cdot M_y}{M_{ply}} + \frac{k_z \cdot M_z}{M_{plz}} \leq 1$$

$$\chi_{\min} \cdot \frac{N_{pl}}{\gamma_{M1}} + \frac{M_{ply}}{\gamma_{M1}} + \frac{M_{plz}}{\gamma_{M1}}$$

avec :

$$N_{pl} = A \cdot f_y$$

$$M_{pl} = W_{pl} \cdot f_y$$

$$k_y = 1 - \frac{\mu_y N}{\chi_y A f_y} \quad \text{avec } k_y \leq 1,5$$

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y (2 \beta_{My} - 4) + \left(\frac{W_{ply} - W_{ely}}{W_{ely}} \right) \quad \text{avec } \mu_y \leq 0,9$$

$$K_z = 1 - \frac{\mu_z N}{\chi_z A f_y} \quad \text{avec } K_z \leq 1,5$$

$$\mu_z = \bar{\lambda}_z (2 \beta_{Mz} - 4) + \left(\frac{W_{plz} - W_{elz}}{W_{elz}} \right) \quad \text{avec } \mu_z \leq 0,9$$

$\chi_{\min}$ est la plus petite des valeurs de χ_y et χ_z

où χ_y et χ_z sont les coefficients de réduction définis précédemment

et β_{My} et β_{Mz} sont les facteurs de moment uniforme équivalent pour le flambement par flexion ; voir tableau 67.

Si le déversement représente un mode potentiel de ruine, il faut également vérifier :

$$\frac{N}{N_{pl}} + \frac{k_{LT} \cdot M_y}{M_{ply}} + \frac{k_z \cdot M_z}{M_{plz}} \leq 1$$

$$\chi_z \cdot \frac{N_{pl}}{\gamma_{M1}} + \frac{M_{ply}}{\gamma_{M1}} + \frac{M_{plz}}{\gamma_{M1}}$$

$$\text{avec : } k_{LT} = 1 - \frac{\mu_{LT} N}{\chi_z A f_y} \quad \text{avec } k_{LT} \leq 1$$

$$\mu_{LT} = 0,15 \bar{\lambda}_z \beta_{MLT} - 0,15 \quad \text{avec } \mu_{LT} \leq 0,9$$

β_{MLT} est un facteur de moment uniforme équivalent pour le déversement.

– Sections de classe 3 :

Les formules établies pour les sections 1 et 2, que ce soit avec ou sans risque de déversement, restent valables à la condition de remplacer $M_{pl} = W_{pl} \cdot f_y$ par $M_{el} = W_{el} \cdot f_y$

– Sections de classe 4 :

Les formules deviennent, en introduisant les sections et modules efficaces :

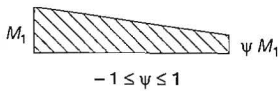
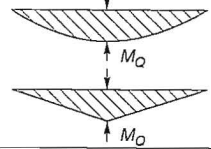
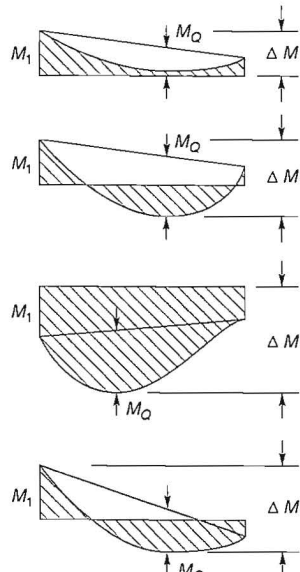
$$\frac{N}{\chi_{\min} \cdot A_{eff} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_y \cdot M_y + N e_{Ny}}{W_{eff,y} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_z \cdot M_z + N e_{Nz}}{W_{eff,z} \cdot \frac{f_z}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

Si le déversement représente un mode potentiel de ruine, il faut également vérifier :

$$\frac{N}{\chi_z \cdot A_{eff} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_{LT} \cdot M_y + N e_{Ny}}{\chi_{LT} \cdot W_{eff,y} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_z \cdot M_z + N e_{Nz}}{W_{eff,z} \cdot \frac{f_z}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

Les facteurs de moment uniforme équivalent β_{My} , β_{Mz} et β_{MLT} doivent être calculés d'après la figure 5.5.3. en fonction de l'allure du diagramme des moments fléchissants entre points de maintien à déterminer comme suit (cf. figure 67 page suivante) :

facteur	axe de flexion	points maintenus suivant la direction
β_{My}	y-y	z-z
β_{Mz}	z-z	y-y
β_{MLT}	y-y	y-y

Facteurs de moment uniforme équivalent	
Diagramme de moment	Facteurs de moment uniforme équivalent β_m
Moments d'extrémités  $-1 \leq \psi \leq 1$	$\beta_{M,\psi} = 1,8 - 0,7$
Moments dus à des charges latérales 	$\beta_{M,Q} = 1,3$ $\beta_{M,Q} = 1,4$
Moments dus à des charges latérales plus des moments d'extrémités 	$\beta_M = \beta_{M,\psi} + \frac{M_Q}{\Delta M} (\beta_{M,Q} - \beta_{M,\psi})$ $M_Q = \max M $ dû aux charges latérales seulement pour diagramme de moment sans changement de signe $\Delta M = \begin{cases} \max M \\ \max M + \min M \end{cases}$ pour diagramme de moment avec changement de signe

– Figure 67 –

C. Longueurs de flambement

La longueur de flambement ℓ_k d'un élément peut être déterminée, en fonction de sa longueur nominale ℓ_0 , à partir de l'annexe E de l'Eurocode 3, dont nous résumons l'essentiel ci-après.

Il convient de calculer les facteurs de distribution de rigidité η_1 et η_2 , respectivement en tête et en pied du poteau qui valent :

$$\eta_1 = \frac{K_c + K_1}{K_c + K_1 + K_{11} + K_{12}} \quad \eta_2 = \frac{K_c + K_2}{K_c + K_2 + K_{21} + K_{22}}$$

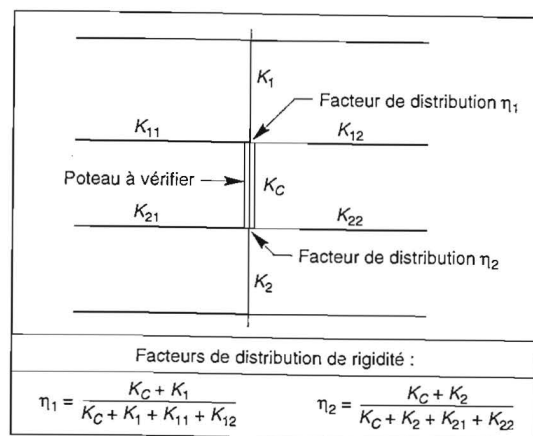
avec :

$$K_c = \text{rigidité (ou raideur) du poteau concerné} = \frac{I}{\ell_0}$$

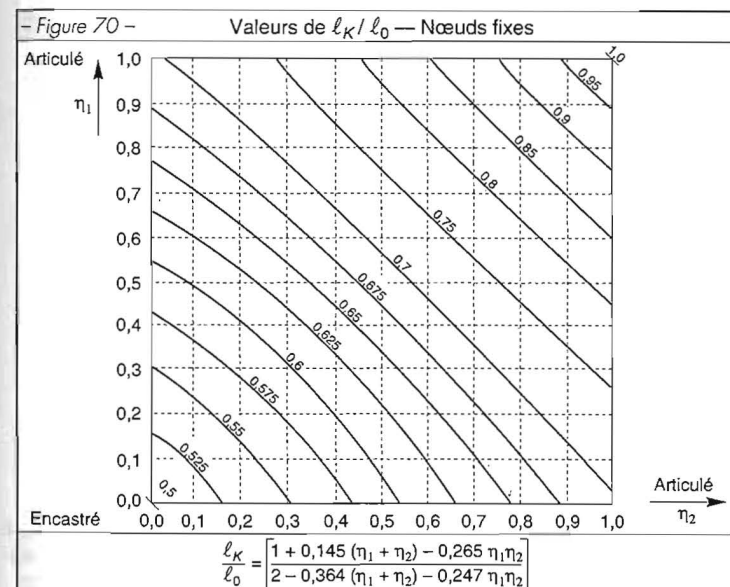
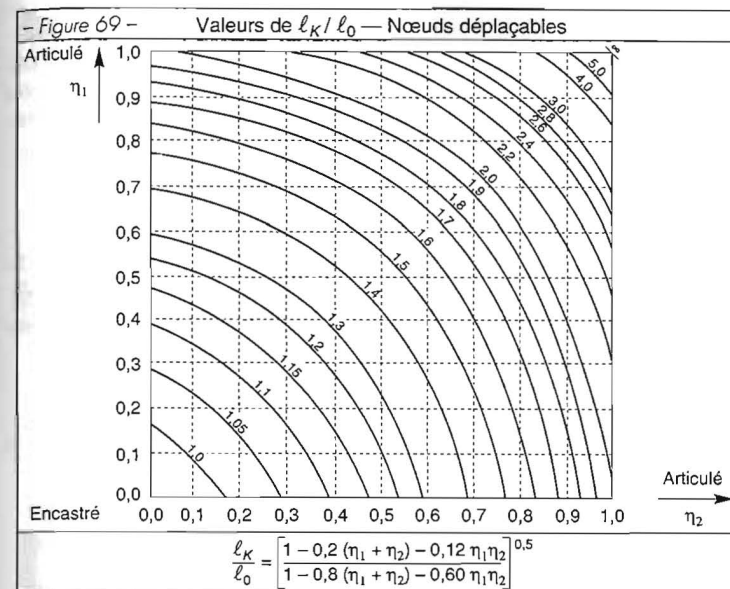
K_1 et K_2 = rigidité des poteaux adjacents

K_{ij} = rigidité des poutres associées au nœud considéré

Après quoi, on détermine le rapport $\frac{\ell_k}{\ell_0}$ à partir des deux tableaux suivants, en fonction de η_1 et η_2 selon que la structure se situe dans un mode à nœuds fixes ou variables.



- Figure 68 -



D. Flambement des pièces triangulées

Nous nous limiterons ici au cas (le plus courant) du poteau constitué de deux membrures parallèles identiques [IPE, UAP, cornières ou éventuellement treillis], reliées transversalement par deux plans triangulés de treillis uniformes, attachés par boulonnage ou soudage.

– Longueurs de flambement

Il convient de vérifier :

- d'abord, le flambement d'un tronçon de membrure, dans le plan du treillis. La longueur de flambement à adopter est la distance entre nœuds du treillis : $\ell_k = a$
- ensuite, le flambement du poteau composé, sur sa hauteur totale, tout comme un poteau classique de section pleine.

– Moments d'inertie de flexion

Les treillis ne sont pas pris en compte dans la détermination des inerties, qui se réduisent aux inerties de membrures.

Inertie principale : $I_{eff,y} = 2 \cdot I_y$

Inertie minimale : $I_{eff,z} = \frac{1}{2} h_0^2 \cdot A_f + 2 I_z$

avec :

A_f = aire de la section transversale d'une membrure

h_0 = distance entre centres de gravité des membrures.

I_y et I_z = inerties propres d'une membrure par rapport à son centre de gravité.

– Efforts dans les membrures à mi-hauteur

L'effort axial N_f dans chaque membrure vaut :

$$N_f = \frac{N}{2} + \frac{M}{h_0}$$

$$\text{avec } M = N \cdot e_0 \frac{1}{1 - \frac{N}{N_K} - \frac{N}{S_v}}$$

$$e_0 = \frac{\ell}{500}$$

$$N_K = \frac{\pi^2 E I_{eff}}{\ell^2}$$

S_v = rigidité au cisaillement du treillis (effort tranchant requis pour produire une déformation unitaire de cisaillement). Voir valeurs dans tableau suivant.

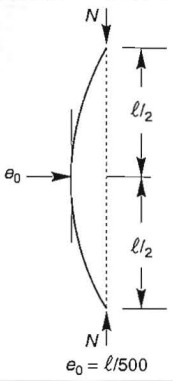
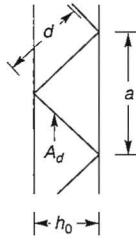
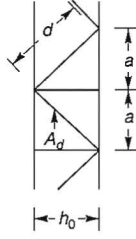
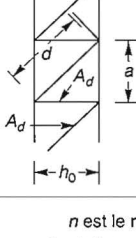
– Efforts dans les treillis

Ils sont maximaux aux extrémités du poteau. L'effort N_d dans une diagonale de treillis vaut :

$$N_d = \frac{V \cdot d}{n h_0}$$

$$\text{avec : } V = \frac{\pi M}{\ell}$$

d , n et h_0 étant donnés sur le tableau suivant.

Figure 71 – Éléments comprimés à treillis		
	Treillis	S_v
		$\frac{\pi E A_d a h_0^2}{2 d^3}$
		$\frac{\pi E A_d a h_0^2}{d^3}$
		$\frac{\pi E A_d a h_0^2}{d^3 \left[1 + \frac{A_d h_0^3}{A_v d^3} \right]}$
n est le nombre de plans de treillis A_d et A_v sont données pour un seul plan		

3.2.4. EXEMPLES D'APPLICATION

Exemple 1 : flambement d'un poteau en compression simple centrée

Quelle charge maximale N de compression peut supporter un poteau de 8 mètres de hauteur, encastré en tête et en pied, selon les deux plans, et constitué d'un HEB 200. Acier S.235

- Longueur de flambement : $\ell_K = \frac{\ell_0}{2} = 4 \text{ m}$
- élancement maximal : $\lambda_z = \frac{400}{5,07} = 79$
- élancement réduit : $\bar{\lambda}_z = \frac{79}{93} = 0,86$
- effort normal de plastification :
 $N_{p\ell} = A \cdot f_y = 78,1 \times 23,5 = 1\,835 \text{ kN}$

- Selon l'Additif 80

Pour $\bar{\lambda}_z = 0,85$, le tableau B (§ 5.31) donne $k_0 = 1,44$

Donc :

$$N \leq \frac{N_{p\ell}}{k_0} = \frac{1\,835}{1,44} = 1\,274 \text{ kN}$$

- Selon l'Eurocode 3

Pour $\bar{\lambda}_z = 0,85$, on obtient un coefficient de réduction $\chi = 0,63$ (courbe c) et il faut vérifier que :

$$\frac{N}{\chi_{\min} \cdot \frac{N_{p\ell}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\gamma_{M1} = 1,10$$

Section de classe 1

$$N_{p\ell} = A \cdot f_y = 1\,835 \text{ kN}$$

d'où :

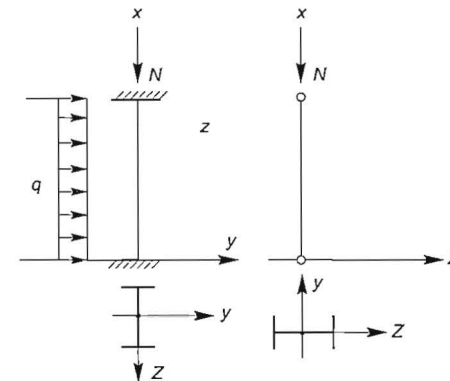
$$N \leq 0,63 \times 1\,835 / 1,10 = 1\,051 \text{ kN}$$

L'Eurocode 3 apparaît donc comme plus contraignant que l'additif 80 (de l'ordre de 20 %, dans ce cas précis). Cela s'explique :

- par la prise en compte du facteur partiel de sécurité γ_{M1} , pris égal à 1,10 pour tous calculs d'instabilité.
- par la géométrie de la section (pour un HEB ici, $h/b < 1,2$ et on passe de la courbe de flambement b à la courbe c).

Exemple 2 : flambement d'un poteau comprimé et fléchi, sans risque de déversement

Vérifier la stabilité d'un poteau IPE 220 de 6 mètres de hauteur, soumis à une charge normale de compression $N = 100 \text{ kN}$ et à une charge transversale linéique $q = 2 \text{ kN/ml}$, appliquée dans le plan $y0x$. Le poteau est biencasté dans le plan $y0x$ et biarticulé dans le plan $z0x$. Acier S.235.



- Figure 72 -

$$N = 100 \text{ kN}$$

$$N_{p\ell} = A \cdot f_y = 33,4 \times 23,5 = 785 \text{ kN}$$

$$W_{elz} = 37,3 \text{ cm}^3$$

$$W_{p\ell z} = 57,4 \text{ cm}^3$$

$$M_z = \frac{q \ell^2}{12} = 6 \text{ kNm}$$

$$M_{p\ell z} = W_{p\ell z} \cdot f_y = 57,4 \times 23,5 \times 10^{-2} = 13,5 \text{ kNm}$$

$$\lambda_y = \frac{\ell_{Ky}}{i_y} = \frac{600}{9,11} = 66 \quad \text{et} \quad \bar{\lambda}_y = 0,71$$

$$\lambda_z = \frac{\ell_{Kz}}{i_z} = \frac{300}{2,48} = 121 \quad \text{et} \quad \bar{\lambda}_z = 1,30$$

- Selon l'Additif 80

$$\bar{\lambda}_z = 1,30, \text{ soit } k_0 = 2,33$$

$$k_{Fz} = \frac{1}{1 - \bar{\lambda}_z^2 \frac{N}{N_{p\ell}}} = 1,27$$

$$\text{Il faut vérifier : } k_0 \frac{N}{N_{p\ell}} + k_{Fz} \frac{M_z}{M_{p\ell z}} \leq 1$$

$$\text{Soit : } 2,33 \frac{100}{785} + 1,27 \frac{6}{13,5}$$

$$\text{ou : } 0,30 + 0,56 = 0,86 \leq 1$$

Le poteau est stable au flambement.

- Selon l'Eurocode 3

Section de classe 1

$$\chi_y = 0,84 \text{ (courbe a)}$$

$$\chi_z = 0,427 \text{ (courbe b)}$$

$$\mu_z = \bar{\lambda}_z (2 \beta_M - 4) + \frac{W_{p\ell z} - W_{elz}}{W_{elz}}$$

$$\mu_z = 1,30 (2 \times 1,30 - 4) + \frac{57,4 - 37,3}{37,3} = -1,28$$

$$k_z = 1 - \frac{\mu_z \cdot N}{\chi_z N_{p\ell}} = 1 + \frac{1,28 \times 100}{0,427 \times 785} = 1,35$$

Il faut vérifier que :

$$\frac{N}{\chi_{\min} \cdot \frac{N_{p\ell}}{\gamma_{M1}}} + k_z \frac{M_z}{\frac{M_{p\ell z}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

soit :

$$\frac{100}{0,427 \times \frac{785}{1,10}} + 1,35 \frac{6}{\frac{13,5}{1,10}} \leq 1$$

$$0,33 + 0,66 = 0,99 \leq 1$$

Ce second exemple prouve, une nouvelle fois, que l'Eurocode 3 est plus exigeant que l'Additif 80 (d'environ 15 % ici).

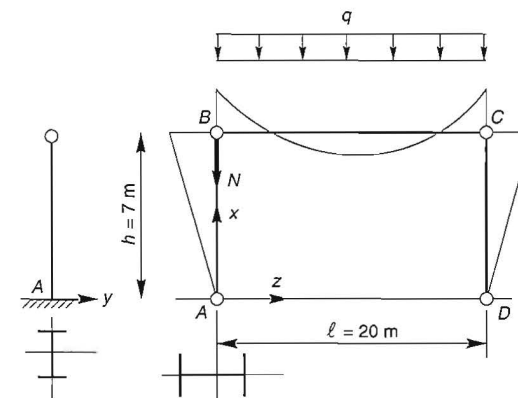
Exemple 3 : flambement d'un poteau de portique comprimé et fléchi

Vérifier la stabilité du poteau de portique AB (IPE 400, $h = 7$ m), sachant que la traverse associée (IPE 400, $\ell = 20$ m) supporte une charge uniformément répartie $q = 10$ kN/ml. Acier S.235.

La structure est à nœuds déplaçables.

Dans le plan du portique ($x A z$), le poteau AB est articulé en pied et encastré élastique en tête.

Dans le plan perpendiculaire ($x A y$), le poteau est encastré en pied et articulé en tête.



- Figure 73 -

$$N = \frac{q \ell}{2} = 100 \text{ kN} \quad M_B = \frac{q \ell^3}{4 (2h + 3\ell)} = 270 \text{ kNm}$$

$$N_{p\ell} = A \cdot f_y = 84,5 \times 23,5 = 1986 \text{ kN}$$

$$W_{el y} = 1160 \text{ cm}^3$$

$$W_{ply} = 1\,308 \text{ cm}^3$$

$$M_y = M_B = 270 \text{ kNm}$$

$$M_{ply} = W_{ply} \cdot f_y = 1\,308 \times 23,5 \times 10^{-2} = 307 \text{ kNm}$$

– Selon l'Additif 80

$$K_B = \frac{r_e}{r_e + r_s} = \frac{\frac{23\,120}{20}}{\frac{23\,120}{20} + \frac{23\,120}{7}} = 0,26$$

Dans le plan x A z :

$$\ell_{Ky} = \sqrt{\frac{1,35 + 1,92 K_B}{0,04 + K_B}} \cdot \ell_0 = 2,5 \ell_0 = 17,50 \text{ m}$$

Dans le plan x A y : $\ell_{Kz} = 0,7 \ell_0 = 4,90 \text{ m}$

$$\lambda_y = \frac{\ell_{Ky}}{i_y} = \frac{1\,750}{16,5} = 106 \text{ d'où } \bar{\lambda}_y = 1,14$$

$$\lambda_z = \frac{\ell_{Kz}}{i_z} = \frac{490}{3,95} = 124 \text{ d'où } \bar{\lambda}_z = 1,33$$

$$k_0 = 2,41 \text{ et } k_{Fy} = \frac{1}{1 - \bar{\lambda}_y^2 \frac{N}{N_{pl}}} = 1,07$$

Il reste à vérifier que :

$$2,41 \frac{100}{1\,986} + 1,07 \frac{270}{307} \leq 1$$

$$\text{Soit : } 0,12 + 0,94 = 1,06 \leq 1$$

– Selon l'Eurocode 3

$$\eta_2 = 1 \text{ (articulation)}$$

$$\eta_1 = \frac{K_c}{K_c + K_{12}}, \text{ avec } K_{12} = 1,5 \frac{I}{\ell} \text{ du fait de la double courbure de la traverse.}$$

(Cf. tableau E.1 / Annexe 1 de l'Eurocode)

$$\text{Soit : } \eta_1 = \frac{\frac{23\,120}{7}}{\frac{23\,120}{7} + 1,5 \times \frac{23\,120}{20}} = 0,66$$

$$\ell_{Ky} = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12 \eta_1 \eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,60 \eta_1 \eta_2}} \cdot \ell_0$$

$$\ell_{Ky} = 2,9 \ell_0 = 20,30 \text{ m}$$

$$\ell_{Kz} = 0,7 \ell_0 = 4,90 \text{ m}$$

Section de classe 1

$$\lambda_y = \frac{2\,030}{16,5} = 123 \text{ d'où } \bar{\lambda}_y = 1,32$$

$$\lambda_z = \frac{490}{3,95} = 124 \text{ d'où } \bar{\lambda}_z = 1,33$$

Les coefficients de réduction correspondants sont :

$$\chi_y = 0,45 \text{ (selon courbe a)}$$

$$\chi_z = 0,41 \text{ (selon courbe b)}$$

$$\beta_M = 1,8 \text{ (car } \psi = 0)$$

$$\mu_y = 1,32 (2 \times 1,8 - 4) + \frac{1\,308 - 1\,160}{1\,160} = -0,40$$

$$k_y = 1 + \frac{0,40 \times 100}{0,45 \times 1\,986} = 1,045$$

Il faut vérifier que :

$$\frac{100}{0,41 \times \frac{1\,986}{1,10}} + 1,045 \frac{270}{\frac{307}{1,10}} \leq 1, \text{ soit } 0,14 + 1,01 = 1,15 \leq 1$$

Si le poteau était à la limite de l'acceptabilité, selon l'Additif 80, il apparaît sous-dimensionné, selon l'Eurocode 3, qui apparaît une nouvelle fois plus pénalisant.

Exemple 4 : flambement d'un poteau à treillis

Vérifier la stabilité d'un poteau constitué de deux membrures parallèles identiques [UAP 200], reliées transversalement par deux plans triangulés de treillis [cornières $L 40 \times 40 \times 3$], soumis à une charge de compression $N = 1\,000 \text{ kN}$.

Ce poteau, de 6 mètres de hauteur, sert de palée provisoire d'étalement à un ouvrage en béton. Il est donc à considérer comme articulé, tant en tête qu'en pied. Acier S.235.

– Membrures :

UAP 200

$A = 32 \text{ cm}^2$

$a = 1 \text{ m}$

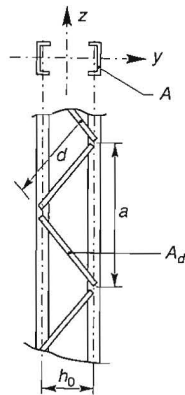
$h_0 = 0,50 \text{ m}$

– Treillis :

L 40 × 40 × 3

$A_d = 2,34 \text{ cm}^2$

$d = 0,70 \text{ m}$



– Figure 74 –

A. Efforts dans les membrures à mi-hauteur

$$I_{eff.z} = 2 I_{0z} + \frac{A h_0^2}{2}$$

$$I_{eff.z} = 2 \times 169,7 + \frac{32 \times 50^2}{2} = 40\,340 \text{ cm}^4$$

$$N_{Kz} = \frac{\pi^2 E I_{eff}}{\ell^2}$$

$$N_{Kz} = \frac{\pi^2 \times 21\,000 \times 40\,340}{600^2} = 23\,530 \text{ kN}$$

$$S_v = \frac{\pi E A_d a h_0^2}{2 d^3}$$

$$S_v = \frac{\pi \times 21\,000 \times 4,68 \times 100 \times 50^2}{2 \times 70^3} = 114\,000 \text{ kN}$$

$$e_0 = \frac{\ell}{500} = 1,2 \text{ cm}$$

$$M = N e_0 \frac{1}{1 - \frac{N}{N_K} - \frac{N}{S_v}}$$

$$M = 1\,000 \times 1,2 \times 10^{-2} \frac{1}{1 - \frac{1\,000}{23\,530} - \frac{1\,000}{114\,000}} = 13 \text{ kNm}$$

$$N_f = \frac{N}{2} + \frac{M}{h_0}$$

$$N_f = \frac{1\,000}{2} + \frac{13}{0,50} = 526 \text{ kN}$$

B. Efforts dans les treillis

$$N_d = \frac{V \cdot d}{n h_0} \text{ avec } V = \frac{\pi M}{\ell}. \text{ Soit :}$$

$$N_d = \frac{\pi \times 13 \times 0,7}{2 \times 6 \times 0,5} = 5 \text{ kN}$$

C. Vérification flambement treillis

$$N_{p\ell} = A \cdot f_y = 2,34 \times 23,5 = 55 \text{ kN}$$

$$\lambda = \frac{\ell_K}{i} = \frac{70}{1,22} = 57,4$$

$$\bar{\lambda} = 0,62 \text{ d'où } \chi = 0,77 \text{ (courbe c)}$$

$$N_d \leq \frac{\chi N_{p\ell}}{\gamma_{M1}}$$

$$5 \text{ kN} \leq \frac{0,77 \times 55}{1,10} = 38,5 \text{ kN (vérifié)}$$

D. Vérification flambement élément de membrure

$$\ell_{Kz} = a = 1 \text{ m}$$

$$\lambda_z = \frac{100}{2,3} = 43,5 \quad \bar{\lambda}_z = 0,47$$

$$\chi = 0,86 \text{ (courbe c)}$$

$$N_f \leq \frac{\chi N_{p\ell}}{\gamma_{M1}}$$

$$526 \text{ kN} \leq 0,86 \times 32 \times \frac{23,5}{1,10} = 588 \text{ kN (vérifié)}$$

E. Vérification flambement poteau sur toute sa hauteur

$$I_{eff, z} = 40\,340 \text{ cm}^4$$

$$I_{eff, y} = I_{0y} = 3\,892 \text{ cm}^4$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{2A}} \text{ d'où : } i_z = 25,1 \text{ cm, } i_y = 7,8 \text{ cm}$$

$$\lambda_z = \frac{600}{25,1} = 28 \quad \bar{\lambda}_z = 0,30$$

$$\lambda_y = \frac{600}{7,8} = 77 \quad \bar{\lambda}_y = 0,82$$

$$N = 2 N_f = 1\,052 \text{ kN}$$

$$N_{p\ell} = 2 A \cdot f_y = 2 \times 32 \times 23,5 = 1\,504 \text{ kN}$$

$$\chi_y = 0,65 \text{ (courbe c)}$$

$$N \leq \chi_y \cdot \frac{N_{p\ell}}{\gamma_{M1}}$$

$$1\,052 \text{ kN} \leq 0,65 \times \frac{1\,504}{1,10} = 890 \text{ kN}$$

Le poteau n'est pas stable. Il convient de remplacer les UAP 200 par des UAP 220.

PHOTOGRAPHIES DE POTEAUX RUINÉS PAR FLAMBEMENT



- Photo 1 -



- Photo 2 -



- Photo 3 -



- Photo 4 -

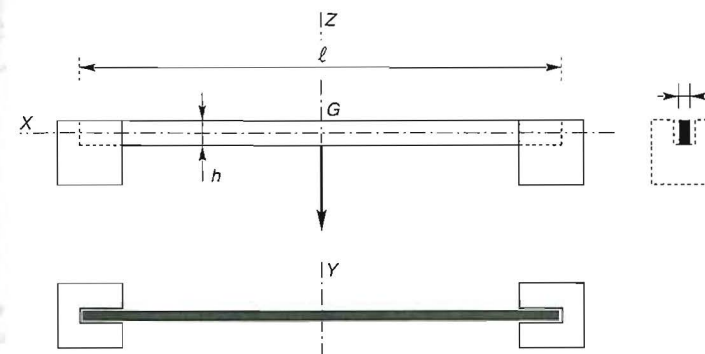
3.3 LE DÉVERSEMENT

Le déversement des pièces fléchies est le second phénomène d'instabilité élastique, après le flambement, avec lequel il présente une analogie certaine.

Avant de justifier sa validité sur le plan théorique, nous allons mettre en évidence ce phénomène sur le plan expérimental.

3.3.1. ASPECT EXPÉRIMENTAL DU DÉVERSEMENT

Considérons une poutre mince (fer plat), dont les appuis sont encastres vis-à-vis de la torsion et quelconques vis-à-vis de la flexion (figure 75)



- Figure 75 -

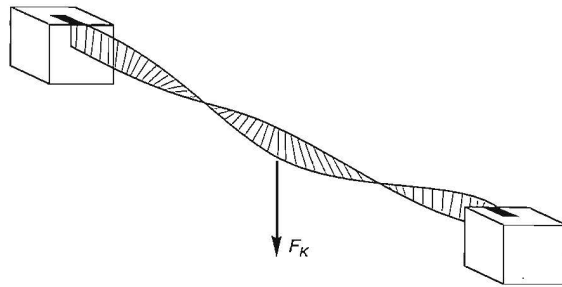
$$h = 320 \text{ mm}$$

$$b = 8 \text{ mm}$$

$$l = 5 \text{ m}$$

Acier S.235.

Appliquons une charge concentrée verticale F en son centre de gravité G . L'essai, réalisé sous presse en laboratoire, montre que la poutre s'effondre brutalement sous une charge $F_K = 5,2 \text{ kN}$ (figure 76).



- Figure 76 -

À l'instant de l'effondrement, le moment vertical maximal, en milieu de travée, vaut :

$$M_f = \frac{F_K \ell}{4} + \frac{g \ell^2}{8} \quad (g = \text{poids propre poutre})$$

$$M_f = \frac{520 \times 5}{4} + \frac{7\,850 \times 0,008 \times 0,32 \times 5^2}{8} = 7,13 \text{ kNm}$$

ce qui correspond à une contrainte de flexion :

$$\sigma_f = \frac{M_f \cdot v}{I} = \frac{6 M_f}{b h^2} = \frac{6 \times 713 \times 10^3}{8 \times 320^2} = 52 \text{ MPa}$$

qui est très nettement inférieure à la contrainte limite d'élasticité $f_y = 235 \text{ MPa}$

On constate donc, que pour une faible valeur de la contrainte de flexion, la poutre prend brutalement une flèche latérale, qui provoque la rotation de la poutre et par suite sa ruine, alors que nous sommes encore loin de la limite élastique.

Ce phénomène d'instabilité élastique se produit, d'une façon générale, lorsqu'une poutre fléchie présente une faible inertie à la flexion transversale et à la torsion. La partie supérieure de la poutre, comprimée, flambe latéralement et il existe une valeur critique du moment de flexion (selon le plan de plus grande raideur), comme il existe un effort normal critique provoquant le flambement pour une barre comprimée, pour lequel la poutre fléchit dans le plan de sa plus faible raideur et entre en torsion.

La flexion n'est alors plus plane, mais déviée, et s'accompagne d'une torsion et d'un gauchissement de la section (bimoment).

3.3.2 ASPECT THÉORIQUE DU DÉVERSEMENT

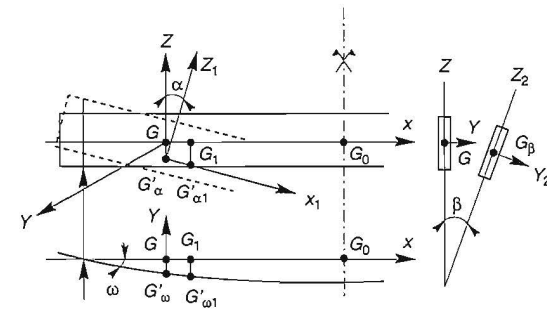
3.3.2.1. SECTION RECTANGULAIRE (POUTRE SANS AILES)

Reprenons la poutre de la figure 75, dont les extrémités sont encastées vis-à-vis de la torsion et quelconques vis-à-vis de la flexion (verticale et transversale).

Nous avons vu, expérimentalement, que l'application d'un moment de flexion simple vertical M_0 se transformait en une superposition d'un moment de flexion déviée et d'un moment de torsion. Autrement dit, le moment M_0 se projette :

- sur l'axe des y en flexion transversale,
- sur l'axe des z en flexion verticale,
- sur l'axe des x en torsion.

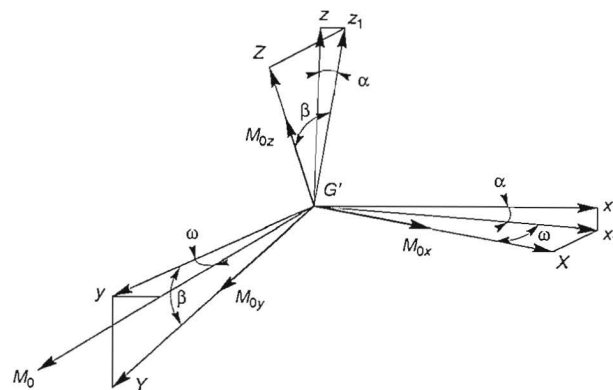
Considérons, figure 77, un élément $GG_1 = dx$ de l'axe de la poutre non déformée. La section tourne de l'angle β et GG_1 vient en $G'G'_1$.



- Figure 77 -

Le passage de $GG_1 = dx$ à $G'G'_1 = dx + d(dx)$ s'opère par trois mouvements simultanés (figure 78) :

- un déplacement vertical (v) dans le plan de symétrie zGx (rotation α autour de G_y),
- un déplacement transversal (vv) dans le plan de symétrie $yG'x_1$ (rotation ω autour de Gz_1),
- une rotation β autour de $G'x$.



- Figure 78 -

Nous pouvons alors écrire le tableau suivant des cosinus directeurs :

$\vec{GG'}$	$\begin{matrix} u \\ v \\ w \end{matrix}$	$\begin{matrix} G_y & G_z & G_x \end{matrix}$		
		G'_y	1	β
$\vec{G'G'_1}$	$u + du$	G'_z	$-\beta$	1
	$v + dv$	G'_x	$\frac{dw}{dx}$	$\frac{dv}{dx}$
	$w + dw$	G'_x	$\frac{dw}{dx}$	1

avec $\cos \beta = 1$ et $\sin \beta = \beta$, car β est très faible.

En écrivant :

I_z = moment d'inertie de flexion autour de G_z

I_y = moment d'inertie de flexion autour de G_y

J_x = moment d'inertie de torsion autour de G_x

Les équations classiques des moments en fonction des moments d'inertie s'écrivent :

$$EI_z \frac{d^2 v}{dx^2} = -M_{0z} = -M_0 \quad (1)$$

$$EI_y \frac{d^2 w}{dx^2} = -M_{0y} = -M_0 \beta \quad (2)$$

$$GJ_x \frac{d\beta}{dx} = -M_{0x} = -M_0 \frac{dw}{dx} \quad (3)$$

Différencions l'équation (3). Il vient :

$$GJ_x \frac{d^2 \beta}{dx^2} = -M_0 \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (4)$$

D'où nous tirons :

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{GJ_x}{M_0} \frac{d^2 \beta}{dx^2}$$

que nous portons dans l'équation (2), qui devient :

$$EI_y \left[-\frac{GJ_x}{M_0} \frac{d^2 \beta}{dx^2} \right] = M_0 \beta,$$

soit :

$$\frac{d^2 \beta}{dx^2} + \frac{M_0^2}{EI_y \cdot GJ_x} \cdot \beta = 0 \quad (5)$$

qui est l'équation différentielle classique du déversement.

Posons $E I_y = R_y$ et $G J_x = R_x$. On obtient :

$$\frac{d^2 \beta}{dx^2} + \frac{M_0^2}{R_y \cdot R_x} \cdot \beta = 0 \quad (6)$$

Les solutions de cette équation différentielle sont de la forme :

$$\beta = A \cos Kx + B \sin Kx \text{ avec } K = \frac{M_0}{\sqrt{R_y \cdot R_x}}$$

ce qui revient à considérer le déversement comme un flambement latéral.

- Conditions aux limites :

pour $x = 0$, $\beta = 0$, $A = 0$.

pour $x = 1$, $\beta = 0$, $B \sin K\ell = 0$.

• Si $B = 0$, $\beta = 0$ quel que soit x et il n'y a aucun risque de déversement

- Si $B \neq 0$, $\sin K\ell = 0$, soit $K\ell = \pi$, $K = \frac{\pi}{\ell} = \frac{M_0}{\sqrt{R_y \cdot R_x}}$ d'où l'on tire l'expression du moment critique de déversement :

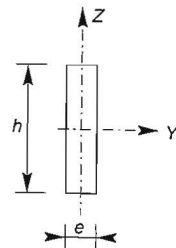
$$M_0 = \frac{\pi \sqrt{R_y \cdot R_x}}{\ell} \quad (7)$$

– Pour une section rectangulaire (figure 79) :

$$I_z = \frac{he^3}{12} \quad I_y = \frac{eh^3}{12} \quad J_x = \frac{he^3}{3} \quad v = \frac{h}{2}$$

$$R_y \cdot R_x = E I_y \cdot G J_x = EG \frac{h^2 e^6}{36}$$

$$\text{soit : } M_0 = \frac{\pi}{\ell} \frac{he^3}{6} \sqrt{EG}$$



– Figure 79 –

La contrainte critique de déversement vaut :

$$\sigma_K = M_0 \frac{v}{I_y} = \frac{\pi}{\ell} \frac{e^3}{h} \sqrt{EG}$$

qui s'écrit encore, compte tenu que $G = 0,4 E$:

$$\sigma_K = \frac{2 E e^2}{\ell h} \quad (8)$$

• Application numérique :

Soit un fer plat, $\ell = 3$ m, section 400×30 mm.

$$\sigma_K = \frac{2 \times 21\,000 \times 30^2}{3\,000 \times 400} = 315 \text{ MPa} > f_y = 235 \text{ MPa}$$

Il n'y a aucun risque de déversement.

En revanche, la même poutre, mais de portée 8 mètres, déversera pour une contrainte critique de flexion :

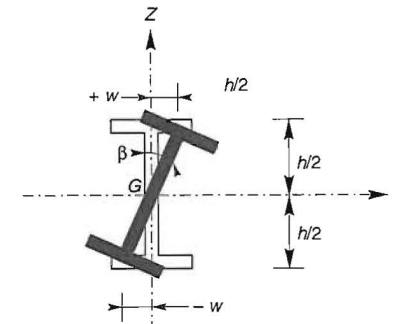
$$\sigma_K = 31,5 \times \frac{3}{8} = 118 \text{ MPa} < f_y$$

3.3.2.2. SECTION EN I, SYMÉTRIQUE

Le déplacement horizontal de l'aile du I vaut (figure 80) :

$$w = \frac{h}{2} \cdot \sin \beta = \frac{h}{2} \cdot \beta$$

Soit I_a le moment d'inertie d'une aile par rapport à G_z



– Figure 80 –

La rigidité de flexion transversale d'une aile vaut : $D = E I_a$

Effort tranchant dans l'aile supérieure :

$$T_s = E I_a \frac{d^3 w}{dx^3} = -D \frac{h}{2} \frac{d^3 \beta}{dx^3}$$

Effort tranchant dans l'aile inférieure :

$$T_i = +D \frac{h}{2} \frac{d^3 \beta}{dx^3}$$

Ces deux efforts créent un couple et l'équation (3) de torsion s'écrit :

$$M_{0x} = -D \frac{h^2}{2} \frac{d^3 \beta}{dx^3} + R_x \frac{d\beta}{dx}$$

L'équation (4) devient :

$$-D \frac{h^2}{2} \frac{d^4 \beta}{dx^4} + R_x \frac{d^2 \beta}{dx^2} = -M_{0y} \frac{d^2 w}{dx^2}$$

De même, l'équation (5) devient :

$$R_z \left[\frac{D \frac{h^2}{2} \frac{d^4 \beta}{dx^4} - R_x \frac{d^2 \beta}{dx^2}}{M_{0y}} \right] = M_{0y} \beta$$

En posant :

$$V = -\frac{D}{R_x} \frac{h^2}{2} \quad \text{et} \quad W = \frac{M_0^2}{R_y \cdot R_x} y$$

on obtient l'équation finale :

$$\boxed{V \frac{d^4 \beta}{dx^4} + \frac{d^2 \beta}{dx^2} + W \beta = 0} \quad (9)$$

- Incidence du niveau d'application des charges

Les équations précédentes supposaient les charges appliquées au niveau du centre de gravité de la poutre.

Considérons maintenant (figure 81) une poutre sollicitée par une charge uniformément répartie q , appliquée en un point d'ordonnée z_a .

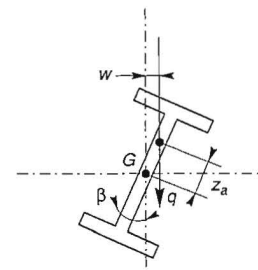
Il se développe un couple de moment $q \cdot dz \cdot w$, avec $w = -\beta \cdot z_a$.

L'équation :

$$\frac{dM_0}{dx} = -M_0 \frac{d^2 w}{dx^2}$$

s'écrit alors :

$$\frac{dM_0}{dx} = -M_0 \frac{d^2 w}{dx^2} - q \beta \cdot z_a$$



- Figure 81 -

Et l'équation (9), dont (5) est le cas particulier lorsque $V = 0$, s'écrit alors :

$$V \frac{d^4 \beta}{dx^4} + \frac{d^2 \beta}{dx^2} + \left(W + \frac{q \cdot z_a}{R_x} \right) \beta = 0 \quad (10)$$

La résolution d'une telle équation différentielle du 4^e ordre est complexe et fastidieuse. C'est pourquoi, dans la pratique, on utilise des méthodes de calcul plus simples (détermination d'un moment critique de déversement, défini par l'Additif 80 ou l'Eurocode 3).

3.3.3. ASPECT RÉGLEMENTAIRE DU DÉVERSEMENT

Les vérifications réglementaires du déversement des pièces fléchies sont définies :

- par l'additif 80 (chap. 5.2.)
- par l'Eurocode 3 (chap. 5.5.2)

Les deux méthodes sont très proches et donnent des résultats similaires.

Elles s'appliquent aux éléments à section constante, fléchis par rapport à l'axe de forte inertie.

3.3.3.1. VÉRIFICATION SELON L'ADDITIF 80 (CHAP. 5.2.)

On doit vérifier que le moment de flexion maximal pondéré M_f dans une pièce, est inférieur au moment ultime de déversement.

Si M_p est le moment de plastification de la section, il faut donc que :

$$M_f \leq K_D \cdot M_p$$

avec :

$$K_D = \frac{1}{\sqrt[n]{1 + \left(\frac{M_p}{M_D}\right)^n}}$$

- $n = 2$ pour les profilés laminés
 $n = 1,5$ pour les profilés reconstitués.

et :

$$M_D = C_1 \frac{\pi^2 E I_y h^*}{2 \ell_D^2} \left[\sqrt{\xi + (\eta C_2)^2 + \frac{JG}{E I_y} \left(\frac{2 \ell_d}{\pi h^*} \right)^2} + \eta C_2 \right]$$

- $\xi = 1$ pour les sections en I ;
 h^* = distance entre les centres de gravité des semelles ;
 C_1 et C_2 = coefficients dépendant des conditions d'appuis et du mode de chargement ;
 ℓ_D = longueur de déversement, généralement égale à la longueur de flambement, dans le plan perpendiculaire au plan de flexion, de la membrure comprimée de la poutre ;
 η = rapport de la distance entre le centre de gravité de la section et le point d'application de la charge, à la mi-hauteur du profilé ($-1 < \eta < +1$) ;
 $\eta < 0$ si la charge est dirigée vers le centre de gravité de la section à partir de son point d'application ;
 $\eta > 0$ dans le cas contraire.

Le maintien latéral aux extrémités doit être assuré par des éléments et dispositifs de fixation opposant une rigidité suffisante et possédant une résistance adéquate. Ces derniers doivent :

- résister à un effort égal à 2 % de l'effort axial de compression existant dans les semelles comprimées au niveau des sections maintenues, cet effort étant transmis par ces semelles perpendiculairement au plan de l'âme des éléments.
- opposer une rigidité suffisante au déplacement latéral et à la rotation dans le plan perpendiculaire au plan de flexion pour justifier le choix de l'élancement réduit $\bar{\lambda}_{LT}$ retenu.

3.3.3.2. VÉRIFICATION SELON L'EUROCODE 3 (CHAPITRE 5.5.2.)

Le moment de flexion maximal M_f doit être inférieur au moment ultime de déversement :

$$M_f \leq \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{pl,y} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

avec :

- $\beta_w = 1$ pour les sections de Classe 1 ou 2
 $\beta_w = W_{el,y} / W_{pl,y}$ pour les sections de Classe 3
 $\beta_w = W_{eff,y} / W_{pl,y}$ pour les sections de Classe 4

χ_{LT} est le coefficient de réduction pour le déversement, qui est fonction de l'élancement réduit $\bar{\lambda}_{LT}$ de l'élément vis-à-vis du déversement et qui a pour valeur :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + [\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2]^{0,5}} \text{ mais } \chi_{LT} \leq 1$$

où

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

et $\alpha_{LT} = 0,21$ pour les profils laminés
 $\alpha_{LT} = 0,49$ pour les sections soudées

Calcul de l'élancement $\bar{\lambda}_{LT}$ (annexe F à l'Eurocode, § F. 2)

L'élancement réduit $\bar{\lambda}_{LT}$ a pour valeur :

$$\bar{\lambda}_{LT} = \left[\beta_w W_{pl,y} \frac{f_y}{M_{cr}} \right]^{0,5} = \left[\frac{\lambda_{LT}}{\lambda_1} \right] [\beta_w]^{0,5}$$

où

$$\lambda_1 = \pi \left[\frac{E}{f_y} \right]^{0,5} = 93,9 \varepsilon$$

$$\varepsilon = \left[\frac{235}{f_y} \right]^{0,5} \quad [f_y \text{ en N/mm}^2]$$

et M_{cr} = moment critique élastique de déversement.

Le moment critique élastique de déversement M_{cr} doit être calculé avec les caractéristiques de la section brute. Pour les sections de Classe 4, le calcul de M_{cr} sera fait sans considérer l'inertie de torsion uniforme de l'élément ($I_t = 0$).

Les valeurs du coefficient χ_{LT} peuvent être obtenues à partir du tableau des coefficients de réduction de flambement (qui figure ci-avant au § 3.2.3.2.), en faisant $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{LT}$ et $\chi = \chi_{LT}$, et en utilisant :

- pour les profils laminés, la courbe a ($\alpha = 0,21$)
- pour les profils soudés, la courbe c ($\alpha = 0,49$).

Enfin, lorsque $\bar{\lambda}_{LT} \leq 0,4$, il est inutile de prendre en compte le déversement.

Pour les poutres à section transversale constante et doublement symétriques, notamment les séries de profils laminés I et H, l'élancement λ_{LT} peut être déterminé par la formule suivante approximative, qui place en sécurité :

$$\lambda_{LT} = \frac{L}{i_z} \sqrt{C_1 \left[1 + \frac{1}{20} \left(\frac{\frac{L}{i_z}}{\frac{h}{t_f}} \right)^2 \right]}$$

Calcul du moment critique élastique M_{cr} (annexe F à l'Eurocode, § F. 1)

Pour une poutre à section transversale constante, le moment critique élastique de déversement est donné par la formule générale :

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g - C_3 z_s)^2 \right]^{1/2} - (C_2 z_g - C_3 z_s) \right\}$$

où :

C_1, C_2 et C_3 facteurs dépendant des conditions de charge et d'encastrement, donnés dans les tableaux (annexe F) ;

k et k_w facteurs de longueur effective.

$z_g = z_a - z_s$

$$z_j = z_s - \frac{\int_A z(y^2 + z^2) dA}{2 I_y}$$

z_a coordonnée du point d'application de la charge ;

z_s coordonnée du centre de cisaillement.

Les facteurs de longueur de flambement k et k_w varient de 0,5 pour une fixation parfaite à 1,0 pour des appuis simples, avec 0,7 pour une extrémité encastrée et l'autre simplement appuyée.

Le facteur k concerne la rotation de l'extrémité en plan. Il est analogue au rapport ℓ / L d'un élément comprimé.

Le facteur k_w concerne le gauchissement d'extrémité. À moins d'avoir pris des mesures spéciales d'encastrement vis-à-vis du gauchissement, k_w doit être pris égal à 1,0.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

I_t moment d'inertie de torsion ;

I_w facteur de gauchissement $= I_z \left(\frac{h - t_f}{2} \right)^2$

I_z moment d'inertie de flexion suivant l'axe de faible inertie ;

L longueur de la poutre entre points latéralement maintenus.

Poutres à section transversale constante mono-symétrique et à semelles inégales

Pour une section en I à semelles inégales :

$$I_w = \beta_f (1 - \beta_f) I_z h_s^2$$

où

$$\beta_f = \frac{I_{fc}}{I_{fc} + I_{ft}}$$

I_{fc} moment d'inertie de flexion de la semelle comprimée suivant l'axe de faible inertie de la section ;

I_{ft} moment d'inertie de flexion de la semelle tendue suivant l'axe de faible inertie de la section ;

et $h_s =$ distance entre les centres de cisaillement des semelles.

Poutres à section transversale constante et doublement symétrique

Puisque $z_j = 0$ pour les sections transversales doublement symétriques, alors :

$$M_{\sigma} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2 \right]^{1/2} - C_2 z_g \right\}$$

Dans le cas de chargement par moments d'extrémité ($C_2 = 0$) ou de charges transversales appliquées au centre de cisaillement ($z_g = 0$), la formule devient :

$$M_{\sigma} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(kL)^2} \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} \right]^{1/2}$$

Lorsque $k = k_w = 1,0$ (pas d'encastrement aux extrémités) :

$$M_{\sigma} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \left[\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} \right]^{1/2}$$

3.3.4. EXEMPLES D'APPLICATION*Exemple 1 : déversement d'une poutre au levage, sous son seul poids propre*

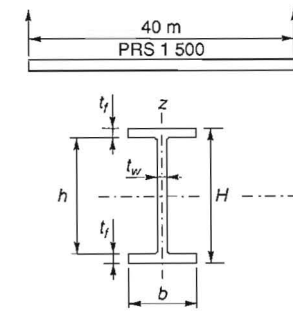
Une passerelle pour piétons, de 40 mètres de portée, est constituée de poutres PRS 1500 (acier S.235). La mise en place de ces poutres a lieu par levage à la grue, au moyen d'élingues verticales, disposées aux deux extrémités des poutres.

Le coefficient de majoration dynamique sera pris égal à 1,3 (pour tenir compte des a-coups de levage, des oscillations dues au vent et des difficultés de coordination des deux grutiers).

Les poutres risquent-elles, sous leur seul poids propre, de déverser lors du levage ?

– Caractéristiques géométriques du PRS :

$$\begin{aligned} H &= 1\,500 \text{ mm} \\ h &= 1\,420 \text{ mm} \\ b &= 400 \text{ mm} \\ t_w &= 15 \text{ mm} \\ t_f &= 40 \text{ mm} \end{aligned}$$



– Figure 82 –

– Section transversale :

$$A = h t_w + 2 b t_f = 533 \text{ cm}^2$$

– Inerties de flexion :

$$I_y = \frac{b H^3 - (b - t_w) h^3}{12} = 2\,063\,620 \text{ cm}^4$$

$$I_z = \frac{2 t_f b^3 + h t_w^3}{12} = 42\,707 \text{ cm}^4$$

– Inertie de torsion :

$$I_t = \frac{1}{3} (h t_w^3 + 2 b t_f^3) = 1\,867 \text{ cm}^4$$

– Facteur de gauchissement :

$$I_w = I_z \left(\frac{H - t_f}{2} \right)^2 = 2\,276 \times 10^5 \text{ cm}^6$$

– Moment statique

$$\mu_y = b t_f \left(\frac{H - t_f}{2} \right) + t_w \frac{h^2}{8} = 15\,460 \text{ cm}^3$$

– Module de résistance élastique :

$$W_{ely} = \frac{2 I_y}{H} = 27\,515 \text{ cm}^3$$

– Module de résistance plastique :

$$W_{ply} = 2 \mu_y = 30\,920 \text{ cm}^3$$

- Poids propre poutre :
 $g = pA = 4,18 \text{ kN / ml}$
- Moment maximal de flexion, à mi-portée, non pondéré, mais affecté du coefficient dynamique :

$$M_f = 1,30 \frac{g \ell^2}{8} = 1\,087 \text{ kNm}$$

- Selon l'Additif 80

$$C_1 = 1,13$$

$$C_2 = 0,46$$

$$\xi = 1$$

$$\eta = 0$$

D'où l'on tire :

$$M_D = 1,13 \frac{\pi^2 \times 2,1 \times 10^6 \times 42\,707 \times 146}{2 \times 4\,000^2} \sqrt{1 + \frac{1\,867 \times 81}{42\,707 \times 210} \left(\frac{2 \times 4\,000}{\pi \times 146} \right)^2}$$

$$M_D = 1\,150 \text{ kNm}$$

$$M_{p\ell y} = W_{p\ell} \cdot f_y = 30\,920 \times 23,5 \times 10^{-2} = 7\,266 \text{ kNm}$$

$$k_d = \frac{1}{\sqrt[1,5]{1 + \left(\frac{7\,266}{1\,150} \right)^{1,5}}} = \frac{1}{6,57} = 0,15$$

Il faut vérifier que $M_f \leq k_D \cdot M_{p\ell}$, soit $1\,087 \leq 0,15 \times 7\,266 = 1\,090 \text{ kNm}$.

Vérifié, mais limite.

- Selon l'Eurocode 3

$$k = 1 \quad k_w = 1$$

$$C_1 = 1,132 \quad C_2 = 0,459 \quad C_3 = 0,525$$

poutre doublement symétrique, donc $z_g = 0$ et $z_j = 0$

poutre chargée au niveau de son centre de gravité, donc $z_a = 0$

- D'où le moment critique :

$$M_{cr} = 1,132 \frac{\pi^2 \times 2,1 \times 10^6 \times 42\,707}{4\,000^2} \sqrt{\left(\frac{146}{2} \right)^2 + \frac{4\,000^2 \times 0,4 \times 1\,867}{\pi^2 \times 42\,707}}$$

$M_{cr} = 1\,150 \text{ kNm}$ (à noter que la valeur de M_{cr} est identique à la valeur de M_D précédemment établie).

- L'élancement sera calculé avec W_{ely} car la section du PRS est de classe 3, du fait du fort élancement de son âme ($h / t_w = 95$).

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{ely} \cdot f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{27\,515 \times 23,5}{1\,150 \times 10^2}} = 2,37$$

D'où $\chi_{LT} = 0,146$ (courbe c car PRS)

Il faut vérifier que :

$$M_f \leq \chi_{LT} \cdot W_{ely} \cdot f_y / \gamma_{M1}$$

$$1\,087 \leq 0,146 \times 27\,515 \times 23,5 \times 10^{-2} / 1,10$$

$$1\,087 \leq 858 \text{ kNm}$$

La poutre n'est pas stable au déversement (alors qu'elle l'était selon l'Additif 80, qui ressort une nouvelle fois moins contraignant).

Pour pallier à cela, nous pouvons :

- soit poser les poutres par deux (poutres jumelées, provisoirement entretoisées) ;
- soit positionner les élingues de levage aux quarts de la portée (chacune à 10 m de l'extrémité). Dans ce cas, le moment de flexion en milieu de travée sera nul. Ce seront les encorbellements qui risqueront alors de déverser. En reprenant les calculs, cette fois-ci pour des poutres en console, on vérifie qu'il n'y a aucun risque de déversement.

Exemple 2 : poutre de palan

Une poutre HEA 400 de 6 mètres de portée, encastree à ses deux extrémités en regard de la torsion et de la flexion, supporte en son centre de gravité un palan. Quelle charge maximale Q peut supporter la poutre sans déverser ?

- Moment dû au poids propre :

$$M_1 = \frac{g \ell^2}{24} = \frac{1,25 \times 6^2}{24} = 1,88 \text{ kNm}$$

- Moment dû à la charge Q :

$$M_2 = \frac{Q \ell}{8} = \frac{Q \times 6}{8} = 0,75 Q \text{ kNm}$$

- Moment total pondéré :

$$M_f = (1,35 \times 1,88) + (1,50 \times 0,75 Q)$$

$$M_f = 2,54 + 1,125 Q \text{ kNm}$$

- Moment plastique :

$$M_{p\ell y} = W_{p\ell} \cdot f_y = 602 \text{ kNm}$$

– Profil HEA 400 :

$$\ell_D = \ell_0 / 2 = 3 \text{ m}$$

$$I_z = 8\,564 \text{ cm}^4$$

$$I_t = 191 \text{ cm}^4$$

– Selon l'Additif 80

$$C_1 = 0,94 \quad C_2 = 0,71 \quad \eta = 0 \quad \xi = 1$$

D'où l'on tire :

$$M_D = 3\,810 \text{ kNm}$$

$$k_D = 0,99$$

Il faut vérifier que $M_f \leq k_D \cdot M_{pl}$

Soit :

$$2,54 + 1,125 Q \leq 0,99 \times 602$$

$$Q \leq 528 \text{ kN}$$

– Selon l'Eurocode 3

$k = 0,5$ (poutre biencastée)

$$C_1 = 0,938 \quad z_a = 0$$

$$C_2 = 0,715 \quad z_g = 0$$

$$C_3 = 4,800 \quad z_j = 0$$

d'où l'on tire : $M_{cr} = 2\,400 \text{ kNm}$

Section de classe 1, donc :

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{M_{py}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{602}{2\,400}} = 0,50$$

$\chi_{LT} = 0,924$ (courbe a, car laminé)

Il faut vérifier : $M_f \leq \chi_{LT} \cdot M_{pl} / \gamma_{M1}$

soit : $2,54 + 1,125 Q \leq 0,924 \times 602 / 1,10$

$$Q \leq 447 \text{ kN}$$

(résultat inférieur de 18 % par rapport à l'Additif 80)

Exemple 3 : poutre-ferme de toiture

La structure métallique d'un entrepôt est constituée de fermes IPE 600, de 15 mètres de portée, articulées sur les poteaux dans le plan des portiques, mais encastées dans le plan perpendiculaire. Ces fermes, à entraxe de 10 mètres, supportent des pannes et une couverture en bacs acier, qui représentent une charge moyenne de $0,2 \text{ kN/m}^2$.

La pression de soulèvement de la toiture par le vent est de $-1,2 \text{ kN/m}^2$.

Vérifier la stabilité des fermes au déversement sous l'effet du vent.

– Charges appliquées sur une ferme :

$$\bullet \text{ couverture + pannes : } 0,2 \times 10 = 2 \text{ kN/ml}$$

$$\bullet \text{ poids propre ferme (IPE 600) } = 1,22 \text{ kN/ml}$$

$$3,22 \text{ kN/ml}$$

$$\bullet \text{ soulèvement vent : } -1,2 \times 10 = -12,0 \text{ kN/ml}$$

– Combinaison des charges :

$$W_e + G = (-12,0 \times 1,75) + 3,22 = -17,8 \text{ kN/ml}$$

$$1,50 W_n + 1,35 G = (-12,0 \times 1,5) + (3,22 \times 1,35) = -13,7 \text{ kN/ml}$$

Moment maximal à mi-portée :

$$M_f = \frac{17,8 \times 15^2}{8} = 500 \text{ kNm}$$

– Selon l'additif 80

$$\ell_K : \ell_0 / 2 = 7,50 \text{ m}$$

$$C_1 = 0,97 \quad C_2 = 0,30 \quad \eta = \xi = 1$$

D'où $M_D = 489 \text{ kNm}$

$$M_{p\ell y} = 3\,520 \times 235 \times 10^{-3} = 845 \text{ kNm}$$

D'où $k_D = 0,50$

Il faut vérifier que $M_f \leq k_D \cdot M_{pl}$

soit : $500 \leq 0,50 \times 845 = 423 \text{ kNm}$ (non vérifié).

– Selon l'Eurocode 3

$k = 0,5$

$$C_1 = 0,712 \quad C_2 = 0,652 \quad C_3 = 1,070$$

z_a = coordonnées du point d'application des charges par rapport au centre de gravité, soit $z_a = 300 \text{ mm}$.

z_g = coordonnées du centre de cisaillement ; ici $z_g = 0$, car la section est doublement symétrique.

Pour la même raison $z_j = 0$

$$z_g = -300 \text{ mm}$$

On calcule alors $M_{cr} = 496 \text{ kNm}$

Section de classe 1, donc

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{M_{py}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{845}{496}} = 1,30$$

$\chi_{LT} = 0,47$ (courbe a, car laminé)

Il faut vérifier que :

$$M_f \leq \chi_{LT} \cdot M_{p\ell y} / \gamma_{M1}$$

Soit :

$$500 \leq 0,47 \times 845 / 1,10 = 361 \text{ kNm}$$

(condition inférieure de 17 % par rapport à l'Additif 80).

Le moment de flexion M_f est nettement supérieur au moment résistant de déversement.

Plutôt que d'opter pour un profil supérieur de poutre-ferme, il est plus économique et plus judicieux de conserver le profil IPE 600 et de le stabiliser en disposant des entretoises pour assurer le maintien latéral de la semelle inférieure comprimée de la ferme, dimensionnées pour pouvoir résister à 2 % de l'effort de compression admissible dans la semelle. Soit ici :

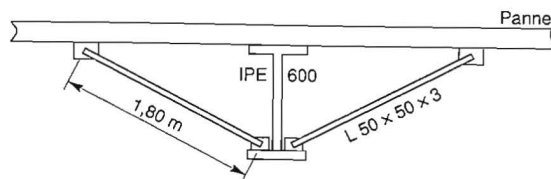
– aire semelle comprimée :

$$b t_f = 22 \times 1,9 = 41,8 \text{ cm}^2$$

– effort de compression admissible :

$$N = b t_f \cdot f_y = 41,8 \times 23,5 = 982 \text{ kN}$$

– les entretoises doivent être dimensionnées pour reprendre 2 % de N , soit 20 kN, en traction comme en compression, selon que le déversement se développe à gauche ou à droite.



– Figure 83 –

Adoptons pour les entretoises une cornière de section $50 \times 50 \times 3$, de 1,80 m de longueur.

– Vérification en traction :

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{20\,000}{294} = 68 \text{ MPa} < f_y = 235$$

– Vérification en compression :

$$\lambda = \frac{\ell}{i} = \frac{180}{1,54} = 117$$

$$\bar{\lambda} = 1,25$$

$$\chi = 0,41$$

Il faut vérifier que :

$$\frac{N}{\chi \cdot \frac{N_{p\ell}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{20}{0,41 \times \frac{69,1}{1,10}} = 0,78 \leq 1$$

3.3.5. LES DANGERS DU DÉVERSEMENT

Dans la pratique, les entreprises et bureaux d'études sont très avertis des dangers du flambement, et chaque pièce comprimée est calculée en conséquence. En revanche, concernant les pièces fléchies, les calculs très souvent se limitent à un simple dimensionnement en flexion (simple ou déviée), sans vérification du risque de déversement.

Cela s'explique par le fait que tout calculateur perçoit bien (consciemment ou non) le risque de flambement (un poteau qui s'effondre entraîne le restant de la structure au sol), alors qu'il "apprécie" mal le risque de déversement (une poutrelle qui déverse se vrille, mais reste en place, du fait de ses liaisons avec d'autres éléments, pense-t-on généralement).

En fait, les désordres provoqués par le déversement peuvent être légers (poutres déformées, bacs acier déchirés), mais également graves (effondrements partiels ou totaux).

Actuellement, il semble que de tels désordres aient tendance à se multiplier, avec le développement sur le marché des profils minces (tôles pliées, de faible épaisseur), qui tendent à supplanter les profils laminés habituels pour ce qui concerne les pannes, les lisses et certaines poutres.

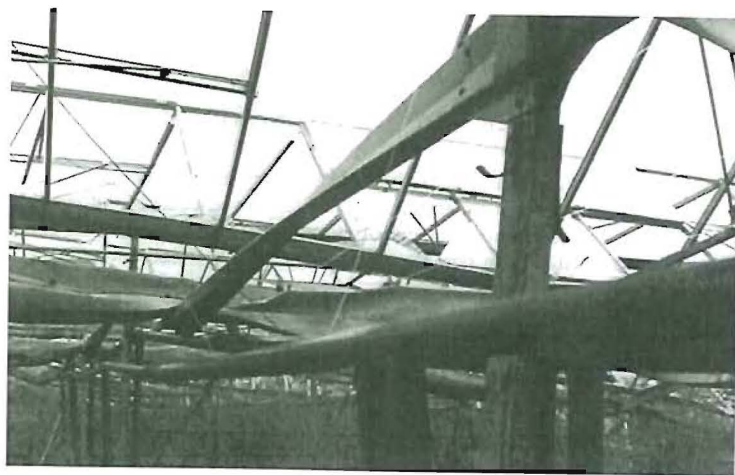
Ces profils minces, de sections diverses (Zeds, L, Omégas...), sont plus légers, et donc plus économiques, que les laminés usuels (IPE par exemple). Mais ce gain de

pois est obtenu au détriment de l'inertie, principalement de l'inertie transversale. La faible rigidité de torsion est ainsi à l'origine de nombreux incidents, en particulier lors de chutes de neige abondantes.

Très répandus dans les pays anglo-saxons, ces profils minces (épaisseur courante de 2 mm contre 4 à 5 mm pour les laminés correspondants) sont appelés à se développer vraisemblablement dans les prochaines années en France. Tout concepteur ou calculateur se doit de vérifier systématiquement leur stabilité au déversement.

(Sections de classe 4).

Pour conclure et sensibiliser le lecteur aux risques encourus, nous publions ci-dessous la photographie d'un bâtiment qui s'est effondré en totalité sous une charge de neige minime (40 daN/m^2), du fait du déversement des poutres de portiques (Omégas en tôle pliée), qui, en basculant, ont entraîné toute la structure au sol. Le constructeur avait dimensionné ces poutres de portiques en flexion simple, sur la base de $f_y = 235 \text{ MPa}$, alors que le déversement généralisé s'est produit pour une contrainte nettement plus faible, d'environ 70 MPa.



– Photo 5 –

3.4. LE VOILEMENT

3.4.1. ASPECT EXPÉRIMENTAL DU VOILEMENT

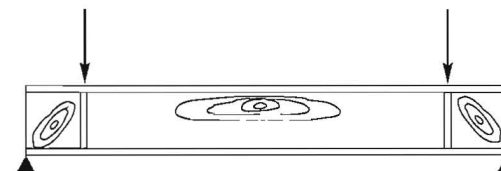
Si l'on soumet une plaque rectangulaire à une compression uniforme sur deux côtés opposés, parallèlement à son plan moyen, on observe que la plaque, au-delà d'une certaine charge, se déforme transversalement.

Il s'agit du phénomène de voilement, qui se manifeste par des ondulations, qui ne sont pas sans rappeler le phénomène de flambement pour des pièces à une dimension, à la différence près que le voilement se développe plus progressivement, les grandes déformations n'apparaissant pas brutalement et ne conduisant généralement pas à la ruine de la pièce.

Le phénomène de voilement peut également apparaître sous un effort de cisaillement simple. Il est, dans ce cas, attaché à la diagonale comprimée.

Les âmes des poutres utilisées en construction métallique sont généralement minces et donc susceptibles de se voiler sous des efforts de compression ou de cisaillement excessifs.

Les essais montrent que les déformations des âmes de poutres par voilement se traduisent non pas par des ondulations régulières (comme pour une plaque mince libre), mais par des cloques et des boursouflures (zones d'acier plastifiées), localisées dans les zones surcomprimées, comme le montre la figure 84.



– Figure 84 –

Les essais montrent également que les âmes, bien que voilées, résistent encore à des efforts additionnels. Autrement dit, le voilement ne conduit pas à une ruine rapide et brutale des pièces, ce qui en fait un phénomène finalement peu dangereux.

Pour éviter le voilement des âmes des poutres, deux moyens sont possibles :

- soit augmenter l'épaisseur de l'âme,
- soit disposer des raidisseurs d'âme, judicieusement positionnés.

Le choix est dicté, cas par cas, par une comparaison des coûts.

3.4.2. ASPECT THÉORIQUE DU VOILEMENT

La théorie du voilement consiste généralement à utiliser la méthode énergétique de Timoshenko, qui détermine une contrainte critique, obtenue dès lors que le travail des forces extérieures appliquées atteint le niveau de potentiel interne de la plaque sollicitée.

L'expérience montre cependant que cette théorie est insuffisante, car les contraintes critiques calculées ne correspondent que rarement aux contraintes de ruine expérimentales.

Cela s'explique, entre autres, par les effets de membrane, à savoir des tractions stabilisatrices générées par les déformations transversales, que la théorie ne prend pas en compte.

Nous ne développerons donc pas ici les calculs théoriques du voilement :

- d'une part, en raison de leur longueur et de leur grande complexité,
- d'autre part, parce que les profilés laminés normalisés (IPE, HEA...) sont peu ou pas sensibles au voilement ; leurs âmes étant surdimensionnées.

En revanche, les âmes des profilés reconstitués soudés sont très sensibles au voilement. Il s'agit des poutres ou caissons d'ouvrages d'art, des parois de réservoirs, de silos...

3.4.3. ASPECT RÉGLEMENTAIRE DU VOILEMENT

La résistance au voilement par cisaillement des âmes de poutres est définie au chapitre 5.6. de l'*Eurocode 3*. Elle dépend du rapport hauteur-épaisseur d/t_w ainsi que de l'espacement des éventuels raidisseurs d'âme intermédiaires.

3.4.3.1. CRITÈRES DE VÉRIFICATION

La résistance au voilement par cisaillement doit être vérifiée lorsque le rapport d/t_w de l'âme vaut :

- $d/t_w > 69 \epsilon$ pour des âmes sans raidisseurs (exceptés ceux sur appuis)
- $d/t_w > 30 \epsilon \sqrt{k_\tau}$ pour des âmes comportant des raidisseurs transversaux intermédiaires.

Ces bornes sont fixées par le § 5.6.3.2. de l'*Eurocode 3*, qui définit l'élancement $\bar{\lambda}_w$ de l'âme :

$$\bar{\lambda}_w = \sqrt{\frac{f_y}{\tau_\sigma} \frac{d}{t_w}} = \frac{d}{37,4 \epsilon \sqrt{k_\tau}}$$

avec :

- τ_{cr} = résistance critique élastique au voilement par cisaillement.
- k_τ = coefficient de voilement par cisaillement.

Pour $\bar{\lambda}_w > 0,8$, on obtient :

- dans le cas de raidisseurs transversaux :
 $d/t_w > 30 \epsilon \sqrt{k_\tau}$
- dans le cas où il n'y a pas de raidisseurs transversaux intermédiaires, on prendra $k_\tau = 5,34$ (valeur qui place en sécurité), d'où
 $d/t_w > 30 \epsilon \sqrt{5,34} = 69 \epsilon$

NOTA : Il est facile de vérifier, dans les catalogues donnant les caractéristiques géométriques des profilés laminés normalisés, que pour tous les profils IPE, HEA, HEB et HEM ($h = 600$ mm maxi.), qui constituent l'essentiel des profils utilisés en bâtiment, on a bien $d/t_w < 69 \epsilon$, ce qui signifie qu'une vérification au voilement n'est pas nécessaire.

Elle le sera, par contre, pour tous les profilés reconstitués soudés (P.R.S.).

3.4.3.2. MÉTHODES DE CALCUL

Deux méthodes de calcul sont possibles :

- la méthode *post-critique simple* (voir ci-après § 3.4.3.3.), qui peut être utilisée dans tous les cas, que les âmes comportent ou non des raidisseurs transversaux intermédiaires, à condition qu'il existe des raidisseurs transversaux aux appuis ;
- la méthode du *champ diagonal de traction* (voir ci-après § 3.4.3.4.), qui peut être utilisée lorsque les âmes comportent des raidisseurs transversaux intermédiaires, à condition que :

$$1 \leq a/d \leq 3$$

- d étant la hauteur d'âme entre semelles ;
- a étant l'écartement, entre nus intérieurs, des raidisseurs.

Lorsque $a/d > 3$, l'inclinaison du champ diagonal de traction est telle, que cette méthode place très largement en sécurité. La première méthode sera alors préférable.

3.4.3.3. MÉTHODE POST-CRITIQUE SIMPLE

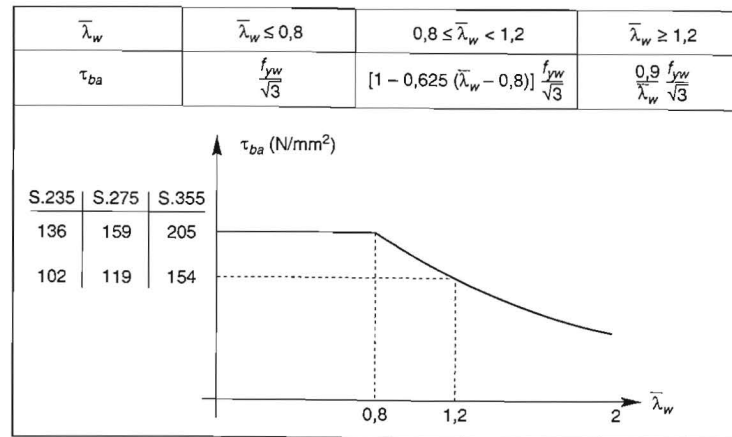
A. Cisaillement pur (§ 5.6.3. Eurocode 3)

Il faut vérifier que l'effort tranchant de calcul est inférieur à l'effort tranchant résistant, soit $V \leq V_{ba}$

avec :

$$V_{ba} = d \cdot t_w \tau_{ba} / \gamma_{M1}$$

τ_{ba} étant la contrainte moyenne (dite post-critique simple) de cisaillement, qui est fonction de l'élancement de l'âme $\bar{\lambda}_w$ et qui vaut :



- Figure 85 -

Calcul de l'élancement $\bar{\lambda}_w$ de l'âme.

$$\text{Il vaut : } \bar{\lambda}_w = \sqrt{\frac{f_y}{\tau_{cr}}}$$

τ_{cr} étant la contrainte critique élastique au voilement par cisaillement, qui a pour valeur :

$$\tau_{cr} = k_{\tau} \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t_w}{d} \right)^2$$

d'où l'on tire :

$$\bar{\lambda}_w = \sqrt{\frac{\frac{f_y}{\sqrt{3}} [12 (1 - \nu^2)]}{k_{\tau} \pi^2 E \left(\frac{t_w}{d} \right)^2}}$$

En posant :

$$E = 210\,000 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0,3 \text{ (coeff. Poisson)}$$

$$f_y = \frac{235}{\epsilon^2} \text{ MPa}$$

on obtient

$$\bar{\lambda}_w = \frac{\frac{d}{t_w}}{37,4 \epsilon \sqrt{k_{\tau}}}$$

k_{τ} étant le coefficient de voilement par cisaillement, qui vaut :

Raidisseurs transversaux intermédiaires		Valeurs de k_{τ}
Sans		$k_{\tau} = 5,34$
Avec	$a / d < 1$	$k_{\tau} = 4 + \frac{5,34}{(a / d)^2}$
	$a / d \geq 1$	$k_{\tau} = 5,34 + \frac{4}{(a / d)^2}$

B. Interaction entre effort tranchant, moment fléchissant et effort axial (§ 5.6.7.2. Eurocode 3)

À condition que les semelles puissent résister à la totalité des valeurs de calcul du moment fléchissant et de l'effort axial dans l'élément, il n'est pas nécessaire de réduire la résistance de calcul de l'âme au cisaillement pour tenir compte de ces efforts.

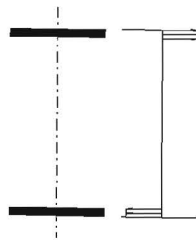
Les sections transversales sont considérées comme satisfaisantes, c'est-à-dire ne nécessitant pas une détermination de l'influence de l'effort tranchant V sur le moment résistant de calcul, si les deux conditions suivantes sont remplies :

$$M \leq M_f$$

$$\text{et } V \leq V_{ba}$$

avec :

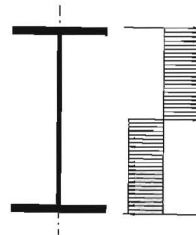
M_f = moment résistant plastique de calcul de la section constituée des semelles seules.



- Figure 86 -

V_{ba} = résistance de calcul de l'âme au voilement par cisaillement.

M_{pe} = moment plastique résistant de calcul de la section totale (semelle + âme)



- Figure 87 -

En présence d'un effort axial N , le moment M_f devra être réduit en conséquence et sera déterminé par :

$$M_f = M_f^0 \left(1 - \frac{N}{N_f} \right)$$

avec :

M_f^0 = moment M_f en l'absence de N

$N_f = A \cdot f_y$ = effort axial plastique

M_f^0 et N_f se rapportant à la section composée des seules semelles.

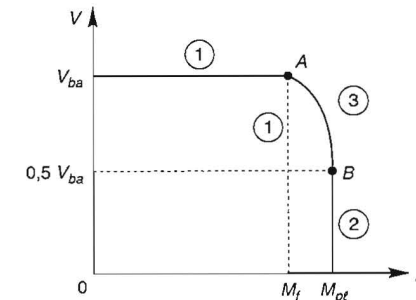
Enfin :

- Si $V \leq 0,5 V_{ba}$, il n'est pas nécessaire de réduire la résistance de calcul de la section transversale au moment fléchissant et à l'effort axial, pour tenir compte de l'effort tranchant.
- Si $V > 0,5 V_{ba}$, il faut vérifier :

$$M \leq M_f + (M_{pe} - M_f) \left[1 - \left(\frac{2V}{V_{ba}} - 1 \right)^2 \right]$$

qui est la formule du tronçon de courbe AB sur la figure 88 ci-après, qui illustre l'interaction entre effort tranchant et moment fléchissant.

(En présence d'un effort axial N en sus, il y a lieu de remplacer M_{pe} par le moment réduit de résistance plastique M_N , défini par le § 5.4.8. de l'Eurocode 3).



- Figure 88 -

3.4.3.4. MÉTHODE DU CHAMP DIAGONAL DE TRACTION

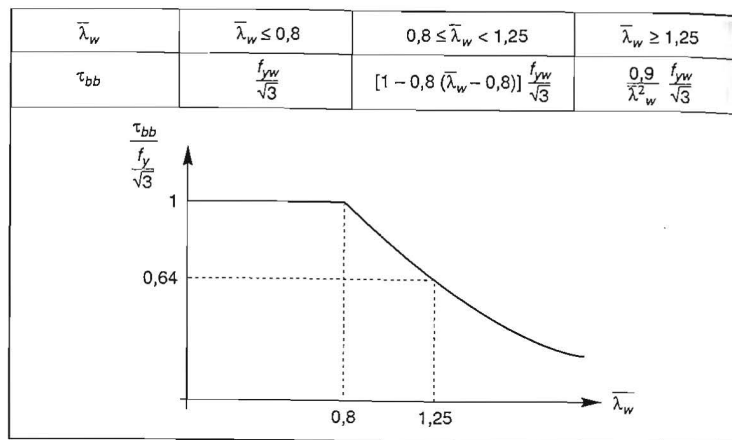
A. Cisaillement pur (§ 5.6.4. Eurocode 3)

Il faut vérifier que l'effort tranchant de calcul est inférieur à l'effort tranchant résistant, soit $V \leq V_{bb}$.

En phase élastique, la contrainte de cisaillement est uniforme dans le panneau

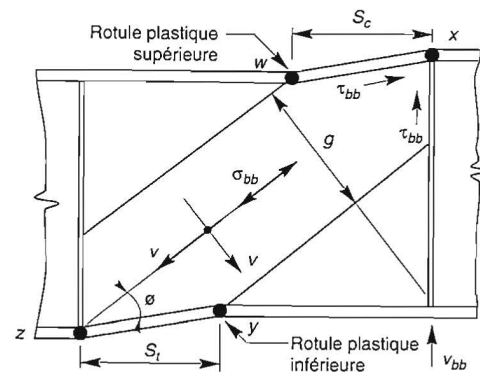
d'âme, et l'effort tranchant résistant est $V_{bb} = d t_w \frac{\tau_{bb}}{\gamma_{M1}}$

τ_{bb} étant la contrainte de cisaillement qui est fonction de l'élancement de l'âme $\bar{\lambda}_w$ et qui vaut (voir figure 89) :



— Figure 89 —

En continuant la mise en charge du panneau d'âme, au-delà de la limite élastique, la diagonale comprimée du panneau, qui est saturée, ne peut supporter aucune augmentation de sa contrainte de compression. Apparaît alors une contrainte de membrane, qui déforme les semelles de la poutre vers l'intérieur du panneau et qui plastifie l'âme (voir figure 90 ci-après).



— Figure 90 —

Cette contrainte de membrane σ_{bb} est constante dans le champ diagonal de traction plastifié, de largeur g et d'inclinaison ϕ .

Les contraintes principales, après projection sur les axes principaux u et v , valent (grâce au cercle de Mohr).

$$\begin{aligned}\sigma_u &= \sigma_{bb} + \tau_{bb} \cdot \sin 2\phi \\ \tau_v &= -\tau_{bb} \cdot \sin 2\phi \\ \tau_{uv} &= \tau_{bb} \cdot \cos 2\phi\end{aligned}$$

Le critère de Von Mises s'écrit :

$$\sigma_u^2 + \sigma_v^2 - \sigma_u \sigma_v + 3 \tau_{uv}^2 = f_y^2$$

d'où l'on tire :

$$\sigma_{bb} = \sqrt{f_y^2 - \tau_{bb}^2 [3 - (1,5 \sin 2\phi)^2]} - 1,5 \tau_{bb} \sin 2\phi$$

Le champ diagonal de traction a une largeur g , qui vaut (cf. fig. 90).

$$\begin{aligned}g &= (d \cos \phi - a \sin \phi) + S_c \sin \phi + S_t \sin \phi \\ g &= d \cos \phi - (a - S_c - S_t) \sin \phi\end{aligned}$$

Cette diagonale de largeur g permet d'accepter un effort tranchant additionnel du fait de la plastification de cette portion d'âme, qui vaut :

$$\Delta V_{bb} = g t_w \sigma_{bb} \sin \phi$$

Et l'effort tranchant résistant global sera :

$$V_{bb} = \frac{[d t_w \tau_{bb} + 0,9 g t_w \sigma_{bb} \sin \phi]}{\gamma_{M1}}$$

l'Eurocode 3 ayant introduit un coefficient de sécurité de 0,9.

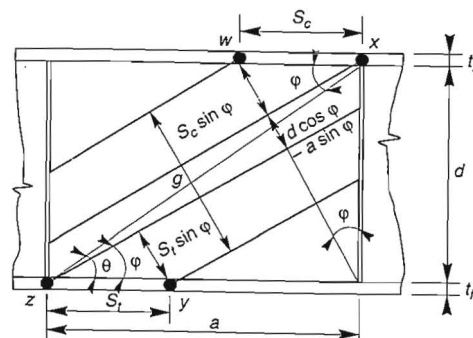
$$\theta = \arctan \frac{d}{a} \quad \text{et} \quad \frac{\theta}{2} < \phi < \theta$$

avec :

$$\phi = \frac{\theta}{2} \quad \text{pour} \quad s = 0$$

$$\phi = \theta \quad \text{pour} \quad s = a$$

$$\phi = \frac{2\theta}{3} \quad \text{pour les autres cas}$$



- Figure 91 -

S_c et S_t sont les longueurs d'ancrage du champ diagonal de traction le long des semelles, comprimées et tendues, obtenues par la formule :

$$S = \frac{2}{\sin \phi} \sqrt{\frac{M_N}{t_w \cdot \sigma_{bb}}} \quad 0 < s < a$$

avec :

M_N = moment de résistance plastique réduit de la semelle considérée, qui vaut :

$$M_N = 0,25 b t_f^2 \cdot f_y \left[1 - \left(\frac{N_f}{b t_f \cdot f_y} \right)^2 \right]$$

où b et t_f sont la largeur et l'épaisseur de la semelle considérée.

B. Interaction entre effort tranchant moment fléchissant et effort axial (§ 5.6.7.3. Eurocode 3)

Les sections transversales sont considérées comme satisfaisantes, c'est-à-dire ne nécessitant pas une détermination de l'influence de l'effort tranchant sur le moment résistant de calcul, si les deux conditions suivantes sont remplies :

$$\begin{aligned} M &\leq M_f \\ V &\leq V_{bw} \end{aligned}$$

avec :

M_f = moment résistant plastique de calcul de la section constituée des semelles seules ;

V_{bw} = résistance de l'âme seule au voilement par cisaillement, qui est la valeur particulière de V_{bb} , définie précédemment, obtenue lorsque la résistance

de la section constituée des semelles seules M_f est épuisée par le moment fléchissant M .

Pour une section symétrique, sans effort axial, $\phi = \frac{\theta}{2}$ et $S_c = S_t = 0$.

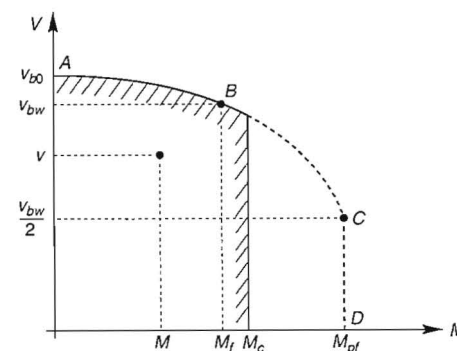
- Si $V \leq 0,5 V_{bw}$, il n'est pas nécessaire de réduire la résistance de calcul de la section transversale au moment fléchissant et à l'effort axial, pour prendre en compte l'effort tranchant.
- Si $0,5 V_{bw} < V < V_{bw}$, il faut vérifier que :

$$M \leq M_f + (M_{pl} - M_f) \left[1 - \left(\frac{2V}{V_{bw}} - 1 \right)^2 \right]$$

(En cas d'effort axial N , en sus, il faut remplacer M_{pl} par M_N), qui est l'équation de l'arc de parabole BC (figure 92 ci dessous).

- Si $V > V_{bw}$, il faut vérifier que $V \leq V_{bb}$.

V_{bb} est obtenu par la formule explicitée au paragraphe précédent, qui correspond à l'équation du tronçon de courbe AB.



- Figure 92 -

Diagramme interaction entre effort tranchant et moment fléchissant

3.4.3.5. VÉRIFICATION DES RAIDISSEURS TRANSVERSAUX INTERMÉDIAIRES (§ 5.6.5 et 5.7.6. de l'Eurocode 3)

Quelle que soit la méthode utilisée (post-critique simple ou champ diagonal de traction), il convient de vérifier la résistance des raidisseurs transversaux.

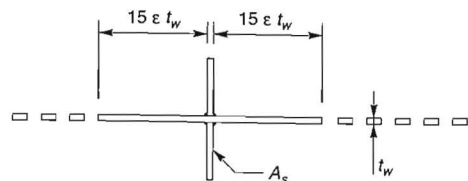
L'effort de compression N_s dans un raidisseur vaut :

$$N_s = V - d \cdot t_w \cdot \tau_{bb}$$

Il faut retenir la plus petite des valeurs de τ_{bb} obtenues pour les deux panneaux adjacents au raidisseur.

Il y a lieu ensuite de vérifier la résistance du raidisseur au flambement en respectant trois conditions :

- il convient d'inclure dans la section transversale efficace du raidisseur une largeur d'âme de $15 \varepsilon \cdot t_w$ de part et d'autre du raidisseur.



– Figure 93 –

- la vérification au flambement s'effectue en utilisant la courbe de flambement C et une longueur de flambement $\ell \geq 0,75 d$.
- afin de présenter une rigidité suffisante, le raidisseur doit avoir une inertie minimale I_s , telle que :

$$\text{Si } \frac{a}{d} < \sqrt{2}, \quad I_s \geq 1,5 d^3 \frac{t_w^3}{a^2}$$

$$\text{Si } \frac{a}{d} \geq \sqrt{2}, \quad I_s \geq 0,75 d t_w^3$$

3.4.3.6. RÉSISTANCE DES ÂMES AUX CHARGES TRANSVERSALES

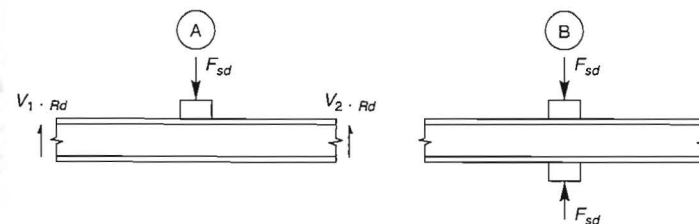
(§ 5.7. Eurocode 3)

La ruine d'une âme non raidie, soumise à des charges transversales, peut survenir selon trois modes :

- mode 1 : *écrasement* de l'âme, à proximité de la semelle.
- mode 2 : *enfoncement local* de l'âme sous forme de voilement localisé.
- mode 3 : *voilement* de l'âme sur la plus grande partie de sa hauteur.

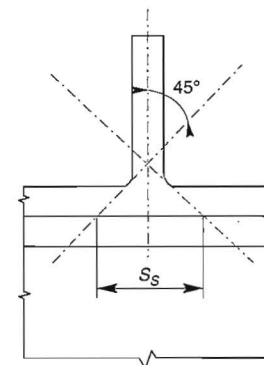
Quant aux modes d'application des charges transversales, on distingue :

- Soit des charges appliquées sur une semelle et reprises par cisaillement dans l'âme (figure A).
En ce cas, il faut vérifier les modes de ruine 1 et 2.
- Soit des charges appliquées sur une semelle et transmises, au travers de l'âme, directement à l'autre semelle (figure B).
En ce cas, il faut vérifier les modes de ruine 1 et 3.



– Figure 94 –

La longueur d'appui rigide S_s sur une semelle est la distance sur laquelle la charge appliquée est répartie effectivement.



– Figure 95 –

Mode 1 : résistance à l'écrasement R_y

$$R_y = (S_s + S_y) \frac{t_w \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

avec :

$$S_y = 2 t_f \sqrt{\frac{b_f}{t_w}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_f}{f_y}\right)^2}$$

où :

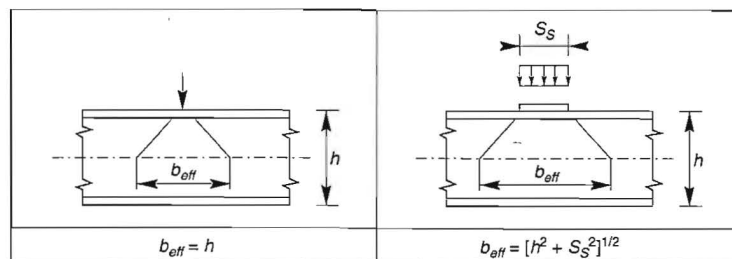
 b_f = largeur semelle (< 25 t_f) σ_f = contrainte longitudinale dans la semelle.Mode 2 : résistance à l'enfoncement local R_A

$$R_A = \frac{1}{2} t_w^2 \sqrt{E \cdot f_y} \frac{\left[\sqrt{\frac{t_f}{t_w} + 3 \frac{t_w}{t_f} \cdot \frac{S_s}{d}} \right]}{\gamma_{M1}}$$

avec :

 S_s = longueur de l'appui rigideMode 3 : résistance au voilement R_B Elle est déterminée en étudiant le flambement de l'âme considérée comme un élément virtuel comprimé, ayant une largeur efficace b_{eff} qui vaut :

$$b_{eff} = \sqrt{h^2 + S_s^2}$$



- Figure 96 -

3.4.4. EXEMPLE D'APPLICATION

Soit un PRS 1500, comportant des raidisseurs intermédiaires.

Vérifier la résistance au voilement d'un panneau d'âme, soumis aux sollicitations suivantes :

$$N = 700 \text{ kN}$$

$$V = 1\,500 \text{ kN}$$

$$M = 4\,000 \text{ kNm}$$

Acier : $f_y = 235 \text{ MPa}$ Longueur du panneau d'âme : $a = 2,84 \text{ m}$

Caractéristiques géométriques de la section :

$$h = 1\,500 \text{ mm} \quad b_f = 400 \text{ mm}$$

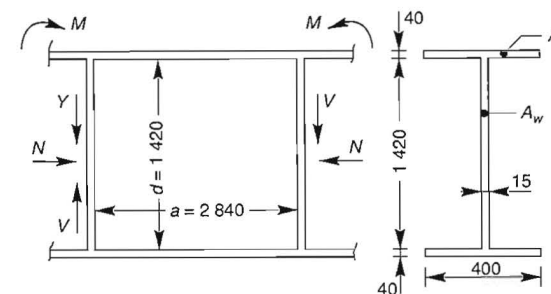
$$A = 533 \text{ cm}^2 \quad t = 40 \text{ mm}$$

$$A_f = 160 \text{ cm}^2 \quad t_w = 15 \text{ mm}$$

$$d = 1\,420 \text{ mm} \quad a/d = 2$$

$$a = 2\,840 \text{ mm}$$

$$\text{élancement âme : } \lambda_w = \frac{d}{t_w} = 95$$



- Figure 97 -

1. CLASSE DE LA SECTION

- Semelle [tableau 5.3.1. (3) Eurocode 3]

$$\frac{c}{t_f} = \frac{200}{40} = 5 < 9 \varepsilon = 9 \rightarrow \text{Classe 1}$$

– Âme [tableau 5.3.1.(1) Eurocode 3]

$$\frac{d}{t_w} = \frac{1\,420}{15} = 95 < 124 \quad \varepsilon = 124 \rightarrow \text{Classe 3}$$

– Semelle comprimée : classe 1
– Âme de classe 3

} → Section de classe 3

– Coefficient partiel de sécurité $\gamma_{M0} = 1,0$.

2. CRITÈRE DE VÉRIFICATION DU VOILEMENT

Pour des âmes comportant des raidisseurs intermédiaires, la résistance au voilement est à vérifier lorsque :

$$\frac{d}{t_w} > 30 \varepsilon \sqrt{k_\tau}$$

Dans notre cas,

$$\frac{a}{d} = 2 \geq 1,$$

$$\text{soit : } k_\tau = 5,34 + \frac{4}{\left(\frac{a}{d}\right)^2} = 6,34$$

$$\text{soit : } \frac{d}{t_w} = 95 > 30 \sqrt{6,34} = 75,5$$

Donc la vérification s'impose.

3. VÉRIFICATION DE LA RÉSISTANCE DE L'ÂME AU VOILEMENT PAR LA MÉTHODE POST-CRITIQUE SIMPLE

A. Calcul de V_{ba}

$$\bar{\lambda}_w = \frac{\frac{d}{t_w}}{37,4 \varepsilon \sqrt{k_\tau}} \quad \text{avec ici } k_\tau = 6,34$$

$$\text{Soit : } \bar{\lambda}_w = \frac{95}{37,4 \sqrt{6,34}} = 1,0 < 1,2$$

D'où :

$$\tau_{ba} = \left[1 - 0,625 (\bar{\lambda}_w - 0,8) \right] \frac{f_y}{\sqrt{3}}$$

$$\tau_{ba} = 119 \text{ MPa}$$

$$V_{ba} = d \cdot t_w \tau_{ba} = 1\,420 \times 15 \times 119 \times 10^{-3}$$

$$V_{ba} = 2\,534 \text{ kN}$$

La poutre étant soumise à trois sollicitations simultanées M , N et V , il y a lieu de prendre en compte les critères d'interaction entre ces trois sollicitations. Ce qui impose de calculer M_f .

B. Calcul de M_f

$$M_f^0 = W_{pl} \cdot f_y, \quad \text{avec}$$

$$W_{pl} = b_f \cdot t_f (h - t_f) = 23\,360 \text{ cm}^3$$

$$M_f^0 = 23\,360 \times 235 \times 10^{-3} = 5\,490 \text{ kNm}$$

$$N_f = 2 A_f \cdot f_y = 2 \times 160 \times 235 \times 10^{-1} = 7\,520 \text{ kN}$$

$$M_f = M_f^0 \left(1 - \frac{N}{N_f} \right) = 4\,980 \text{ kNm}$$

C. Critères d'interaction

$$M = 4\,000 \text{ kNm} < M_f = 4\,980 \text{ kNm}$$

$$\text{et } 0,5 V_{ba} = 1\,267 \text{ kN} < V = 1\,500 \text{ kN} < V_{ba} = 2\,534 \text{ kN}$$

Il y a donc lieu de prendre en compte l'interaction des sollicitations.

Il faut vérifier que :

$$M \leq M_f + (M_{pl} - M_f) \left[\frac{2 V}{V_{ba}} - 1 \right]^2$$

avec M_{pl} réduit à M_N , du fait de N [§ 5.4.8.2. Eurocode 3], sauf si $\sigma_x < f_y$. Soit :

$$W_{pl} = 2 \mu = 2 \left[A_f \left(\frac{h - t_f}{2} \right) + t_w \frac{d^2}{8} \right]$$

$$W_{pl} = 30\,920 \text{ cm}^3$$

$$\sigma_x = \frac{M}{W_{pl}} = 129 \text{ MPa} < f_y = 235 \text{ MPa}$$

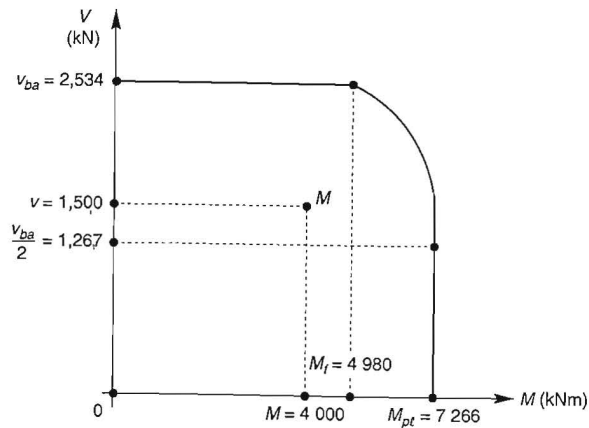
Donc :

$$M_N = M_{p\ell} = W_{p\ell} \cdot f_y = 7\,266 \text{ kNm}$$

$$M \leq 4\,980 + (7\,266 - 4\,980) \left[1 - \left(\frac{2 \times 1\,500}{2\,534} - 1 \right)^2 \right]$$

$$M = 4\,000 \text{ kNm} \leq 7\,188 \text{ kNm. Vérifié}$$

Représentation graphique



- Figure 98 -

4. VÉRIFICATION PAR LA SECONDE MÉTHODE, DITE DU CHAMP DIAGONAL DE TRACTION

A. Calcul de S_c

Effort longitudinal N_f dans la semelle comprimée :

$$N_f = \frac{M}{h - t_f} + \frac{N}{2} = 3\,090 \text{ kN}$$

$$M_N = 0,25 b t_f^2 \cdot f_y \left[1 - \left(\frac{N_f}{b t_f \cdot f_y} \right)^2 \right]$$

$$M_N = 0,25 \times 40 \times 4^2 \times 2\,350 \left[1 - \left(\frac{309\,000}{376\,000} \right)^2 \right]$$

$$M_N = 12,03 \text{ kNm}$$

$$\tau_{bb} = \left[1 - 0,8 (\bar{\lambda}_w - 0,8) \right] \frac{f_y}{\sqrt{3}}$$

$$\tau_{bb} = \left[1 - 0,8 (1 - 0,8) \right] \frac{235}{\sqrt{3}} = 114 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bb} = \sqrt{f_y^2 - \tau_{bb}^2} \left[3 - (1,5 \sin 2\phi)^2 \right] - 1,5 \cdot \tau_{bb} \cdot \sin 2\phi$$

$$\sigma_{bb} = 62 \text{ MPa}$$

D'où

$$S_c = \frac{2}{\sin \phi} \sqrt{\frac{M_N}{t_w \cdot \sigma_{bb}}} = 76 \text{ cm}$$

B. Calcul de S_t

Effort longitudinal N_f dans la semelle tendue :

$$N_f = \frac{M}{h - t_f} - \frac{N}{2} = 2\,390 \text{ kN}$$

$$M_N = 22,5 \text{ kNm}$$

$$S_t = 104 \text{ cm}$$

C. Calcul de g

$$g = d \cos \phi - (a - S_c - S_t) \sin \phi$$

$$g = 104 \text{ cm}$$

D. Effort tranchant V_{bb}

$$V_{bb} = d \cdot t_w \cdot \tau_{bb} + 0,9 g \cdot t_w \cdot \sigma_{bb} \sin \phi$$

$$V_{bb} = 2\,690 \text{ kN}$$

On vérifie bien que $V = 1\,500 \text{ kN} < V_{bb} = 2\,690 \text{ kN}$

CHAPITRE 4

BASES DE CALCULS DU NOUVEAU RÈGLEMENT EUROCODE 3

4.1. NOTIONS DE SÉCURITÉ

Tout calcul de dimensionnement ou de vérification de structure repose sur de nombreuses hypothèses mathématiques ou physiques, généralement modélisées, et parfaitement théoriques.

Ces hypothèses correspondent assez mal à la réalité, du fait du grand nombre d'imprécisions, d'imperfections, voire d'erreurs, qui affectent les calculs, la fabrication, le montage et l'utilisation des structures concernées, et qui présentent un caractère très variable et parfaitement aléatoire.

Cet ensemble d'imprécisions et d'imperfections peuvent affecter :

LA CONCEPTION D'UNE STRUCTURE

- Sous-estimation des charges, permanentes mais surtout variables,
- conditions de liaison aux nœuds erronées (assimilées à des encastres ou des articulations parfaits, pour des raisons de modélisation de méthodes de calculs, alors qu'en réalité un nœud n'est que partiellement encasté ou articulé),
- assemblages mal conçus (les notions de rigidité et de capacité de rotation sont souvent mal perçues ou purement éludées),
- effets dus à la dilatation des aciers non pris en compte,
- déformations excessives à l'état-limite de service (flèches f , rotations θ , déplacements Δ),
- etc.

LA FABRICATION DES ÉLÉMENTS

- La limite élastique f_y d'un acier n'est pas précisément déterminée,
- les contraintes résiduelles de laminage, que l'on connaît mal, faussent les calculs des contraintes résultantes,
- le module d'élasticité de l'acier E n'est pas constant dans une section,
- l'acier n'est pas, comme on le considère en résistance des matériaux, un matériau parfaitement élastique, homogène et isotrope,
- les tolérances de laminage sont importantes et perturbent les calculs d'inerties et de contraintes de 15 %, très facilement (cf. chapitre 1.4.).

LA TRANSFORMATION DES PIÈCES en usine, du fait d'erreurs sur les plans d'exécution ou en atelier, de cotations erronées, d'oublis de raidisseurs, de perçages trop importants, de soudures défectueuses, etc.

LE MONTAGE SUR SITE

- Les modes de calculs prennent en compte les structures en phase définitive, et rarement en phase de montage, ce qui peut conduire à des problèmes divers : déversement de poutres au levage, effondrement du fait de contreventements provisoires oubliés...
- serrage de boulons incorrect (notamment de boulons HR), diamètre et nuance d'acier des boulons non conformes, coefficient de frottement des platines μ insuffisant, etc.

L'EXPLOITATION PAR LE MAÎTRE D'OUVRAGE peut s'avérer néfaste

- modification de destination des locaux, d'où charges bien supérieures sur les planchers,
- adjonction de charges initialement non prévues : palans, etc.
- absence de maintenance et d'entretien (corrosion des aciers, oxydation, perte de section résistante).

Considérant enfin, contrairement aux hypothèses de la R.D.M., que les charges ne sont jamais centrées, que les poteaux ne sont que rarement verticaux, que les poutres sont également rarement rectilignes, que les sollicitations ne sont pas nécessairement confinées dans les plans principaux d'inertie, nous pouvons être certains, que pendant sa durée de vie, un ouvrage sera soumis à des sollicitations supérieures à celles prises en compte dans les calculs.

De ce fait, pour assurer la sécurité d'une construction, deux démarches sont possibles :

- la première, qui est un calcul aux "contraintes admissibles", dans lequel il s'agit de vérifier que la contrainte en service reste inférieure à une fraction de la contrainte ultime du matériau.

Il s'agit d'une méthode de calcul de type "déterministe", qui suppose les paramètres de calculs connus, donc non aléatoires.

- la seconde, qui est un calcul aux "états-limites", dans lequel il faut vérifier que la contrainte en service, majorée (ou pondérée), reste inférieure à la contrainte ultime du matériau.

Il s'agit cette fois d'une méthode de calcul de type "probabiliste", qui introduit des coefficients de pondération variables, donc aléatoires.

Il semble, que la tendance actuelle et à venir des règlements et normes en cours d'élaboration, aille vers des méthodes de calculs "semi-probabilistes", ce qui est le cas pour l'Eurocode 3.

ÉTATS-LIMITES

Un état-limite est un état particulier, au delà duquel une structure ne satisfait plus aux exigences pour lesquelles elle a été conçue et dimensionnée.

On distingue deux types d'états-limites :

- l'État-Limite de Service (É.L.S.), qui correspond à l'utilisation courante et quotidienne de l'ouvrage et qui limite les déformations de la structure, afin d'éviter des désordres secondaires et garantir la pérennité de l'ouvrage (limitation des flèches, de la fissuration du béton...);
- l'État-Limite Ultime (É.L.U.), qui correspond à un cas de charge exceptionnel, ultime (par exemple : neige trentenaire, crue centenaire...), pour lequel la stabilité de l'ouvrage doit être garantie, bien qu'étant à la limite de la ruine. Un É.L.U. est atteint lorsque l'on constate une perte d'équilibre, une instabilité de forme, une rupture d'élément, une déformation plastique exagérée, etc.

4.2. ACTIONS ET COMBINAISONS D'ACTIONS

Les actions agissant sur une structure sont de trois types :

- les actions permanentes G
 - poids propres,
 - action de la précontrainte,
 - déplacement différentiel des appuis,
 - déformation imposée à la construction ;
- les actions variables Q
 - charges d'exploitation,
 - action du vent,
 - action de la neige,
 - action des gradients thermiques ;
- les actions accidentelles A
 - explosions,
 - chocs de véhicules.

(Ce dernier type d'actions est rarement pris en compte ; uniquement s'il est spécifié sur le cahier des charges du marché de consultation).

COMBINAISONS D'ACTIONS À L'É.L.U.

- Les charges d'exploitation peuvent être estimées avec la norme N.F. P 06.001.
- Les charges de neige sont définies par le D.T.U. 06.002 (règles N.84).
- Les charges de vent sont définies par le D.T.U. 06.006 (règles NV 65).
- Action des gradients thermiques : variation relative de longueur de $-4 \cdot 10^{-4}$ à $+3 \cdot 10^{-4}$.

Les combinaisons d'actions sont :

- avec une action variable :
 $1,35 G_{\max} + G_{\min} + 1,50 Q$
 avec $G_{\max}$ = action permanente défavorable
 $G_{\min}$ = action permanente favorable
 Q = action variable défavorable
- avec plusieurs actions variables :
 $1,35 G_{\max} + G_{\min} + 1,35 \sum Q_i$

COMBINAISONS D'ACTIONS À L'É.L.S.

Elles servent exclusivement pour le calcul ou la vérification des déformations (flèches et déplacements).

Les combinaisons d'actions sont :

- avec une action variable :
 $G + Q$
- avec plusieurs actions variables :
 $G + 0,9 \sum Q_i$

VALEURS LIMITES DES DÉFORMATIONS

Les valeurs limites des déformations des structures métalliques ne sont pas imposées réglementairement et brutalement, car elles dépendent de divers critères, propres à chaque construction (l'installation de ponts roulants, d'ascenseurs, de façades vitrées, etc., exigera des déformations très limitées et une grande rigidité des structures, afin de garantir le bon fonctionnement desdites installations. En revanche, un simple entrepôt tolérera des déformations nettement plus importantes).

Le choix incombe donc aux concepteurs, aux maîtres d'ouvrage ou aux utilisateurs finaux, qui sont censés connaître les contraintes diverses affectant tant la construction proprement dite que son utilisation ou sa destination finale.

Si ces choix n'ont pas été exprimés au niveau des cahiers des charges, le règlement *Eurocode 3* recommande des limites, qui sont les suivantes, et qui restent approximatives :

- toitures en général : $f < \ell / 200$,
- planchers en général : $f < \ell / 250$,
- planchers supportant des poteaux : $f < \ell / 400$,
- poteaux de portiques en général : $\Delta < \ell / 300$,
- poteaux de portiques avec pont roulant : $\Delta < \ell / 500$.

EFFETS DYNAMIQUES

Les effets dynamiques à prendre en compte à l'État-limite de service doivent vérifier que les fréquences (ou périodes) propres des structures sont suffisamment différentes de celles de la source d'excitation, afin de se prémunir contre tout phénomène de mise en résonance.

Il s'agit donc de calculer la fréquence propre f (en cycle par seconde) ou la période propre T (en seconde) de la structure et de vérifier qu'elle(s) reste(nt) inférieure(s) à certaines bornes :

– pour les planchers courants de logements, de bureaux... :

$f > 3$ cycles / seconde (ou $N > 0,3$ seconde) ce qui est vérifié si la flèche instantanée du plancher reste inférieure à 28 mm [$f_i < 28$ mm].

– pour les planchers moins courants de gymnases, discothèques...

$f > 5$ cycles / seconde (ou $N > 0,2$ seconde) ce qui est vérifié si la flèche instantanée du plancher reste inférieure à 10 mm [$f_i < 10$ mm].

Voir chapitre 6.6 ci-après, pour le calcul des fréquences propres d'oscillation des structures.

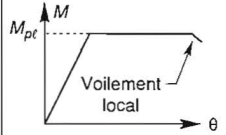
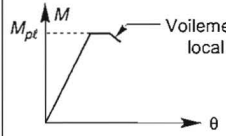
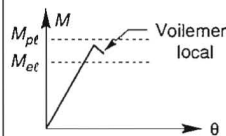
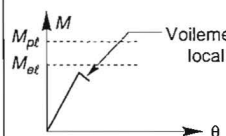
4.3. CLASSIFICATION DES SECTIONS TRANSVERSALES

L'Eurocode 3 a instauré une classification des sections transversales, en fonction de critères divers :

- élancements des parois,
- résistance de calcul,
- capacité de rotation plastique,
- risque de voilement local,
- etc.

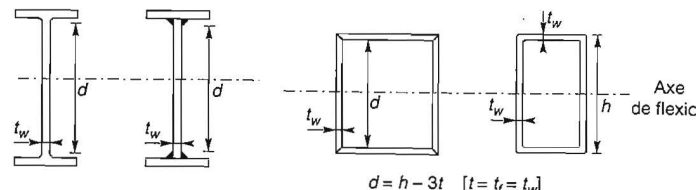
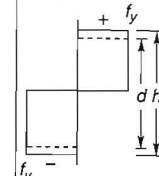
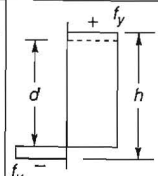
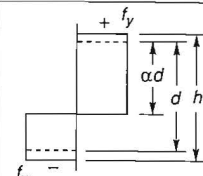
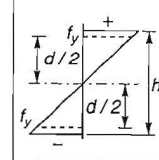
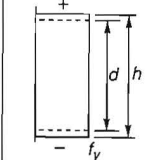
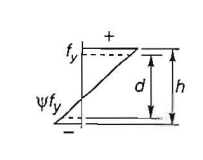
Quatre classes de sections ont été définies, allant de la section 1 (la plus performante) à la section 4 (la plus fragile), soit :

- classe 1 : sections transversales pouvant atteindre leur résistance plastique, sans risque de voilement local, et possédant une capacité de rotation importante pour former une rotule plastique.
- classe 2 : sections transversales pouvant atteindre leur résistance plastique, sans risque de voilement local, mais avec une capacité de rotation limitée.
- classe 3 : sections transversales pouvant atteindre leur résistance élastique en fibre extrême, mais non leur résistance plastique, du fait des risques de voilement local.
- classe 4 : sections transversales ne pouvant atteindre leur résistance élastique, du fait des risques de voilement local.
(voir tableau synthétique 99 page suivante.)

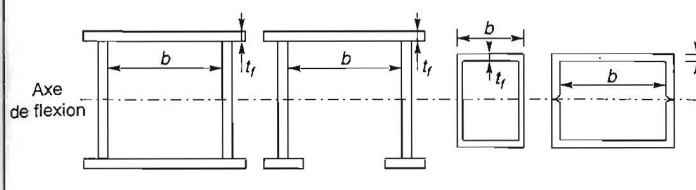
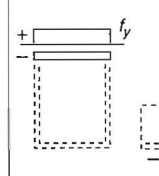
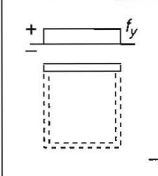
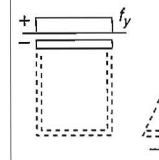
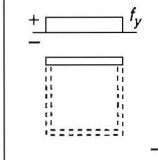
Classe	Modèle de comportement	Résistance de calcul	Capacité de rotation plastique
1		Plastique sur section complète 	Importante
2		Plastique sur section complète 	Limitée
3		Élastique sur section complète 	Aucune
4		Élastique sur section efficace 	Aucune

– Tableau 99 –

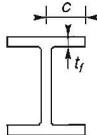
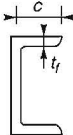
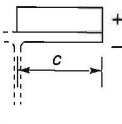
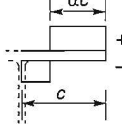
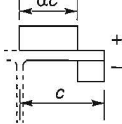
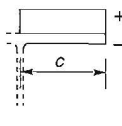
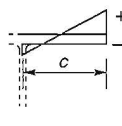
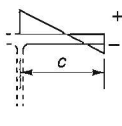
- Les différentes parois comprimées d'une section transversale (âme ou semelle) sont souvent de classes différentes. La classe de la section sera, en ce cas, la classe la plus haute (la plus défavorable).
- Le fait de déterminer la classe d'une section permet de choisir la méthode de calculs (analyse plastique ou élastique).
- La classification peut être établie en fonction des élancements limites des parois. Les tableaux 100 et 101, qui suivent, définissent les classes 1, 2 et 3. Les parois présentant un élancement supérieur à l'élancement limite de la classe 3 sont naturellement de classe 4.
- Enfin, pour les profils laminés courants (I ou H), sollicités soit en compression seule, soit en flexion simple, les tableaux 102 à 107 suivants donnent directement les classes.

Rapports largeur-épaisseur maximaux pour parois comprimées				
Âmes : (parois internes perpendiculaires à l'axe de flexion)				
 $d = h - 3t \quad [t = t_f = t_w]$				
Classe	Âme fléchie	Âme comprimée	Âme en flexion composée	
Distribution de contraintes dans la paroi (compression positive)				
1	$d / t_w \leq 72 \varepsilon$	$d / t_w \leq 33 \varepsilon$	Quand $\alpha > 0,5$: $d / t_w \leq 396 \varepsilon / (13 \alpha - 1)$ Quand $\alpha < 0,5$: $d / t_w \leq 36 \varepsilon / \alpha$	
2	$d / t_w \leq 83 \varepsilon$	$d / t_w \leq 38 \varepsilon$	Quand $\alpha > 0,5$: $d / t_w \leq 456 \varepsilon / (13 \alpha - 1)$ Quand $\alpha < 0,5$: $d / t_w \leq 41,5 \varepsilon / \alpha$	
Distribution de contraintes dans la paroi (compression positive)				
3	$d / t_w \leq 124 \varepsilon$	$d / t_w \leq 42 \varepsilon$	Quand $\psi > -1$: $d / t_w \leq 42 \varepsilon / (0,67 + 0,33 \psi)$ Quand $\psi \leq -1$: $d / t_w \leq 62 \varepsilon (1 - \psi) \sqrt{-\psi}$	
$\varepsilon = \sqrt{235 / f_y}$	f_y (N/mm ²)	235	275	355
	ε	1	0,92	0,81

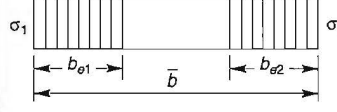
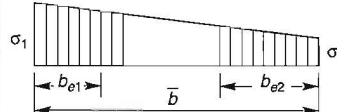
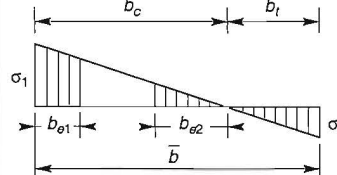
- Tableau 100-A-
(Tableau 5.3.1. de l'Eurocode 3)

Rapports largeur-épaisseur maximaux pour parois comprimées				
Parois internes de semelles : (parois internes parallèles à l'axe de flexion)				
				
Classe	Type	Section fléchie	Section comprimée	
Distribution de contraintes dans la paroi et sur la hauteur de la section (compression positive)				
1	Sections creuses laminées	$(b - 3t_f) / t_f \leq 33 \varepsilon$	$(b - 3t_f) / t_f \leq 42 \varepsilon$	
	Autres	$b / t_f \leq 33 \varepsilon$	$b / t_f \leq 42 \varepsilon$	
2	Sections creuses laminées	$(b - 3t_f) / t_f \leq 38 \varepsilon$	$(b - 3t_f) / t_f \leq 42 \varepsilon$	
	Autres	$b / t_f \leq 38 \varepsilon$	$b / t_f \leq 42 \varepsilon$	
Distribution de contraintes dans la paroi et sur la hauteur de la section (compression positive)				
3	Sections creuses laminées	$(b - 3t_f) / t_f \leq 42 \varepsilon$	$(b - 3t_f) / t_f \leq 42 \varepsilon$	
	Autres	$b / t_f \leq 42 \varepsilon$	$b / t_f \leq 42 \varepsilon$	
$\varepsilon = \sqrt{235 / f_y}$	f_y (N/mm ²)	235	275	355
	ε	1	0,92	0,81

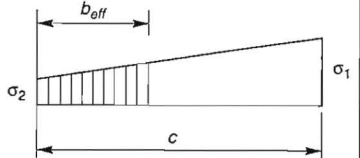
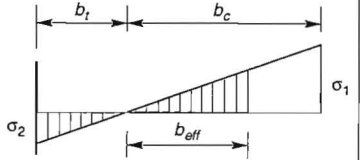
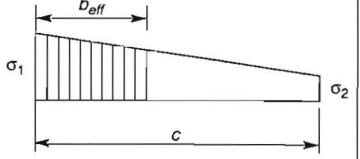
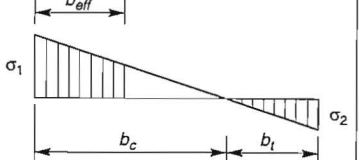
- Tableau 100-B-
(Tableau 5.3.1. de l'Eurocode 3)

Rapports largeur-épaisseur maximaux pour parois comprimées				
Parois internes de semelles en console :				
				
Sections laminées		Sections soudées		
Classe	Type de section	Paroi comprimée	Paroi en flexion composée	
			bord comprimé	bord tendu
Distribution de contraintes dans la paroi (compression positive)				
1	Laminées	$c / t_f \leq 10 \, \epsilon$	$c / t_f \leq \frac{10}{\alpha}$	$c / t_f \leq \frac{10 \, \epsilon}{\alpha \sqrt{\alpha}}$
	Soudées	$c / t_f \leq 9 \, \epsilon$	$c / t_f \leq \frac{9}{\alpha}$	$c / t_f \leq \frac{9 \, \epsilon}{\alpha \sqrt{\alpha}}$
2	Laminées	$c / t_f \leq 11 \, \epsilon$	$c / t_f \leq \frac{11}{\alpha}$	$c / t_f \leq \frac{11 \, \epsilon}{\alpha \sqrt{\alpha}}$
	Soudées	$c / t_f \leq 10 \, \epsilon$	$c / t_f \leq \frac{10}{\alpha}$	$c / t_f \leq \frac{10 \, \epsilon}{\alpha \sqrt{\alpha}}$
Distribution de contraintes dans la paroi (compression positive)				
3	Laminées	$c / t_f \leq 15 \, \epsilon$	$c / t_f \leq 23 \, \epsilon \sqrt{k_\sigma}$	
	Soudées	$c / t_f \leq 14 \, \epsilon$	$c / t_f \leq 21 \, \epsilon \sqrt{k_\sigma}$	
		Pour k_σ voir tableau 5.3.3		
$\epsilon = \sqrt{235 / f_y}$	f_y (N/mm ²)	235	275	355
	ϵ	1	0,92	0,81

- Tableau 100-C -
(Tableau 5.3.1. de l'Eurocode 3)

Parois internes comprimées						
Distribution de contraintes (compression positive)			Largeur efficace b_{eff} de la partie comprimée de paroi			
			$\psi = +1 :$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff}$ $b_{e2} = 0,5 b_{eff}$			
			$0 \leq \psi < 1 :$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2 b_{eff}}{5 - \psi}$ $b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$			
			$\psi < 0 :$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff}$ $b_{e2} = 0,6 b_{eff}$			
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	+1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -2$
Coefficient de voilement K_σ	4,0	$\frac{8,2}{1,05 + \psi}$	7,81	$7,81 - 6,29 \psi + 9,78 \psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$
Alternativement, pour $1 \geq \psi \geq -1 : K_\sigma = \frac{16}{[(1 + \psi)^2 + 0,112 (1 - \psi)^2]^{0,5} + (1 + \psi)}$						

- Tableau 101-A -
(Tableau 5.3.2 de l'Eurocode 3)

Parois comprimées en console				
Distribution de contraintes (compression positive)	Largeur efficace b_{eff} de la partie comprimée de paroi			
	$1 > \psi \geq 0 :$ $b_{eff} = \rho c$			
	$\psi < 0 :$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho c / (1 - \psi)$			
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	+ 1	0	- 1	$+ 1 \geq \psi \geq - 1$
Coefficient de voilement K_σ	0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21 \psi + 0,07 \psi^2$
	$1 > \psi \geq 0 :$ $b_{eff} = \rho c$			
	$\psi < 0 :$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho c / (1 - \psi)$			
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	+ 1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > - 1$ - 1
Coefficient de voilement K_σ	0,43	$\frac{0,578}{\psi + 0,34}$	1,70	$1,7 - 5 \psi + 17,1 \psi^2$ 23,8

- Tableau 101-B -
(Tableau 5.3.3. de l'Eurocode 3)

Acier : $f_y = 235 \text{ MPa}$			
Type de laminé	Référence du profil	Classes de sections	
		Compression seule	Flexion seule
PA	80	1	1
	100	1	1
	120	1	1
	140	1	1
	160	1	1
IPEA	180	2	1
	200	2	1
	220	2	1
	240	2	1
	270	3	1
	300	3	1
	330	3	1
	360	4	1
	400	4	1
	450	4	1
	500	4	1
	550	4	1
IPE	600	4	1
	80 à 240	1	1
	270	2	1
	300	2	1
	330	2	1
	360	2	1
	400	3	1
	450	3	1
	500	3	1
	550	4	1
	600	4	1

- Figure 102 -

- Tableau 103 -

- Tableau 104 -

Acier : $f_y = 275$ MPa			
Type de laminé	Référence du profil	Classes de sections	
		Compression seule	Flexion seule
HEA	100	1	1
	120	1	1
	140	1	1
	160	1	1
	180	2	2
	200	2	2
	220	2	2
	240	2	2
	260	3	3
	280	3	3
	300	3	3
	320	2	2
	340	1	1
	360	1	1
	400	1	1
	450	1	1
	500	2	1
	550	2	1
	600	3	1
HEB	100 à 550	1	1
	600	2	1
HEM	100 à 600	1	1

- Tableau 105 -

Acier : $f_y = 335$ MPa			
Type de laminé	Référence du profil	Classes de sections	
		Compression seule	Flexion seule
PA	100	1	1
	120	1	1
	140	2	1
	160	3	1
IPEA	180	3	1
	200	4	1
	220	4	1
	240	4	1
	270	4	1
	300	4	2
	330	4	1
	360	4	1
	400	4	1
	450	4	1
	500	4	1
	550	4	1
	600	4	1
IPE	80 à 160	1	1
	180	2	1
	200	2	1
	220	2	1
	240	2	1
	270	3	1
	300 à 600	4	1

- Tableau 106 -

[illegible]

- Tableau 107 -

CARACTÉRISTIQUES DES SECTIONS TRANSVERSALES

SECTION BRUTE

Les caractéristiques de la section brute sont déterminées en utilisant les dimensions nominales sans déduction des trous éventuels.

AIRE NETTE

L'aire nette (A_{net}) d'une section transversale est égale à son aire brute diminuée des aires des trous.

FACTEURS PARTIELS DE SÉCURITÉ

Les résistances de calcul sont affectées d'un facteur partiel de sécurité γ_M dont les valeurs sont les suivantes :

CALCUL DES SECTIONS TRANSVERSALES

- sections brutes de classe 1, 2 ou 3 : $\gamma_{M0} = 1$ (ou 1,1 s'il s'agit d'aciers non agréés)
- sections brutes de classe 4 : $\gamma_{M1} = 1,1$
- sections nettes au droit des trous : $\gamma_{M2} = 1,25$

CALCUL DES PIÈCES À L'INSTABILITÉ ÉLASTIQUE

- flambement
 - déversement
 - voilement
- $$\left. \begin{array}{l} \text{flambement} \\ \text{déversement} \\ \text{voilement} \end{array} \right\} \gamma_{M1} = 1,1$$

CALCUL DES ASSEMBLAGES

- assemblages par boulons non précontraints :
 - sollicités au cisaillement : $\gamma_{MB} = 1,25$
 - sollicités à la traction : $\gamma_{MB} = 1,50$
- assemblages par boulons précontraints :
 - à l'É.L.U :
 - trous à la tolérance normale : $\gamma_{MS} = 1,25$
 - trous oblongs : $\gamma_{MS} = 1,40$

- à l'É.L.S. :
trous à la tolérance normale : $\gamma_{MS} = 1,10$
- assemblages par soudures :
 - acier S.235 : $\gamma_{Mw} = 1,25$
 - acier S.275 : $\gamma_{Mw} = 1,30$
 - acier S.355 : $\gamma_{Mw} = 1,35$

4.4. RÉSISTANCE DES SECTIONS TRANSVERSALES

4.4.1. EFFORT AXIAL DE TRACTION (N)

Dans un élément sollicité en traction axiale, l'effort de traction N dans chaque section transversale doit rester inférieur à l'effort résistant de traction, soit :

$$N \leq N_R = \min [N_{pl} ; N_u ; N_{net}]$$

avec :

$$\begin{aligned} N_{pl} &= A \cdot f_y / \gamma_{M0} && \text{(résistance plastique de la section brute)} \\ N_u &= 0,9 \cdot A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} && \text{(résistance ultime de la section nette au droit des trous de fixation)} \\ N_{net} &= A_{net} \cdot f_y / \gamma_{M0} && \text{(résistance plastique de la section nette pour les assemblages par boulons précontraints à l'É.L.U.)} \end{aligned}$$

4.4.2. EFFORT AXIAL DE COMPRESSION (N)

Dans un élément sollicité en compression axiale, l'effort de compression N dans chaque section transversale doit rester inférieur à l'effort résistant de compression, soit :

$$N \leq N_R, \text{ avec :}$$

Pour les sections de classe 1, 2 ou 3 :

$$N_R = N_{pl} = A \cdot f_y / \gamma_{M0} \quad \text{(résistance plastique de la section brute)}$$

Pour les sections de classe 4 :

$$N_R = N_0 = A_{eff} \cdot f_y / \gamma_{M1} \quad \text{(résistance de calcul de la section brute au voilement local)}$$

où A_{eff} = aire efficace de la section.

4.4.3. MOMENT FLÉCHISSANT (M)

En l'absence d'effort tranchant, le moment fléchissant M dans chaque section transversale doit rester inférieur au moment résistant, soit :

$$M \leq M_R, \text{ avec :}$$

- pour les sections de classe 1 ou 2 :
 $M_R = M_{pl} = W_{pl} \cdot f_y / \gamma_{M0}$ (moment résistant plastique)
- pour les sections de classe 3 :
 $M_R = M_{el} = W_{el} \cdot f_y / \gamma_{M0}$ (moment résistant élastique)
- pour les sections de classe 4 :
 $M_R = M_0 = W_{eff} \cdot f_y / \gamma_{M1}$ (moment résistant au voilement local)

4.4.4. EFFORT TRANCHANT (V)

L'effort tranchant V dans chaque section transversale doit rester inférieur à l'effort tranchant résistant, soit :

$$V \leq V_{pl} = 0,58 f_y \cdot A_v / \gamma_{M0}$$

où A_v est l'aire de cisaillement, qui peut être déterminée comme suit (pour un effort parallèle à l'âme) :

- profils laminés I ou H :
 $A_v = A - 2 b t_f + (t_w + 2r) t_f$
- profils laminés $\square$:
 $A_v = A - 2 b t_f + (t_w + r) t_f$
- profils reconstitués soudés I ou H :
 $A_v = (h - 2 t_f) t_w$

4.4.5. MOMENT FLÉCHISSANT + EFFORT TRANCHANT ($M + V$)

Le moment résistant plastique d'une section transversale est réduit par la présence de cisaillement.

Si l'effort tranchant est faible, cette réduction est négligeable (et compensée par l'écrouissage du matériau).

En revanche, dès lors que l'effort tranchant dépasse la moitié de l'effort tranchant plastique résistant, il faut prendre en compte son interaction sur le moment résistant plastique. Soit :

$$\begin{aligned} \text{si } V \leq 0,5 V_{pl}, M &\leq M_R \\ \text{si } V > 0,5 V_{pl}, M &\leq M_v \end{aligned}$$

avec :

M_R = moment résistant plastique tel que défini au § 4.4.3.

M_v = moment résistant plastique réduit du fait de l'effort tranchant, déterminé en utilisant une limite d'élasticité réduite f_{red} pour l'aire de cisaillement seule, soit :

$$f_{red} = (1 - \rho) f_y$$

avec :

$$\rho = \left(\frac{2 V}{V_{pl}} - 1 \right)^2$$

Pour les sections transversales à semelles égales et fléchies suivant l'axe de forte inertie, on obtient :

$$\begin{aligned} M_v &= [W_{pl} \cdot f_y - W_v \cdot f_y + W_v \cdot f_{red}] / \gamma_{M0} \\ M_v &= [W_{pl} - W_v \cdot \rho] \cdot f_y / \gamma_{M0} \end{aligned}$$

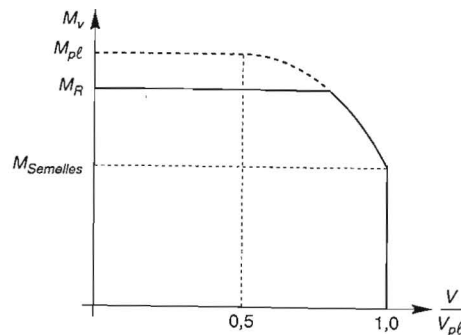
avec M_v = module de résistance plastique de l'aire de cisaillement A_v .

$$A_v = h t_w \text{ et } W_v = \frac{h t_w^2}{4} = \frac{A_v^2}{4 t_w}$$

Soit :

$$M_v = \left[W_{pl} - \frac{\rho A_v^2}{4 t_w} \right] \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

qui peut se représenter graphiquement comme ci-dessous :



- Figure 108 -

4.4.6. MOMENT FLÉCHISSANT + EFFORT AXIAL ($M + N$)

SECTIONS DE CLASSES 1 ET 2

Pour les sections de classes 1 et 2, il faut vérifier, en l'absence d'effort tranchant, que le moment fléchissant M reste inférieur au moment résistant plastique M_N réduit du fait de l'effort axial, soit :

$$M \leq M_N, \text{ avec :}$$

- pour un plat :

$$M_N = M_{pl} \left[1 - \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 \right]$$

et le critère devient :

$$\frac{M}{M_{pl}} + \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 \leq 1$$

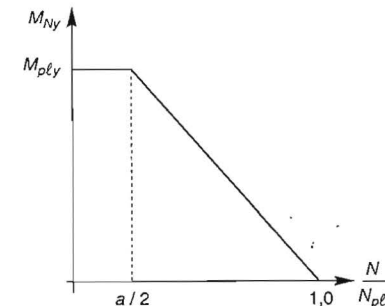
- pour une section comportant des semelles :

- si $N \leq \min [0,25 N_{pl} ; 0,50 A_w \cdot f_y / \gamma_{M0}]$, alors $M_N = M_{pl}$
- si $N > \min [0,25 N_{pl} ; 0,50 A_w \cdot f_y / \gamma_{M0}]$, $A_w = A - 2 b t_f$ étant l'aire de l'âme, il faut distinguer 3 cas :

a) flexion autour de l'axe yy :

$$M_{Ny} = M_{ply} \frac{1 - \frac{N}{N_{pl}}}{1 - 0,5 a}$$

$$\text{avec } a = \min [A_w / A ; 0,5]$$

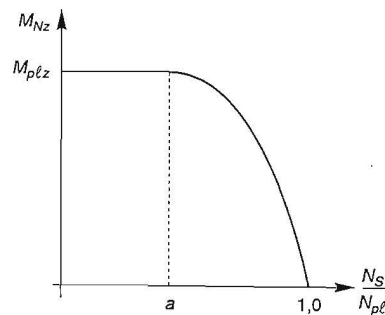


- Figure 109 -

b) flexion autour de l'axe zz :

$$M_{Nz} = M_{p\ell z} \left[1 - \left(\frac{\frac{N}{N_{p\ell}} - a}{1 - a} \right)^2 \right]$$

avec $a = \min [A_w/A ; 0,5]$



- Figure 110 -

c) flexion biaxiale :

$$\left[\frac{M_y}{M_{Ny}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_z}{M_{Nz}} \right]^\beta \leq 1$$

les exposants α et β valant, pour des sections en I et H :

$$\alpha = 2 \text{ et } \beta = 5 \frac{N}{N_{p\ell}} \text{ avec } \beta \geq 1$$

SECTIONS DE CLASSE 3

Les sections de classe 3 sont considérées comme satisfaisantes, si la contrainte longitudinale maximale σ_x vérifie la condition :

$$\sigma_x \leq f_y / \gamma_{M0}$$

ce qui s'écrit encore :

$$\frac{N}{A} + \frac{M_y}{W_{ely}} + \frac{M_z}{W_{eltz}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

SECTIONS DE CLASSE 4

Les sections de classe 4 sont considérées comme satisfaisantes, si la contrainte longitudinale maximale σ_x , calculée en utilisant les largeurs efficaces des parois comprimées, vérifie la condition :

$$\sigma_x \leq f_y / \gamma_{M1}$$

ce qui s'écrit encore :

$$\frac{N}{A_{eff}} + \frac{M_y + N \cdot e_y}{W_{eff y}} + \frac{M_z + N \cdot e_z}{W_{eff z}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

avec :

A_{eff} = aire de la section transversale supposée soumise à une compression uniforme ($M = 0$) ;

W_{eff} = module de résistance de la section efficace, la section transversale étant supposée soumise uniquement à un moment fléchissant suivant l'axe concerné ($N = 0$) ;

e = décalage de l'axe neutre concerné, la section transversale étant supposée soumise à une compression uniforme ($M = 0$).

4.4.7. MOMENT FLÉCHISSANT + EFFORT AXIAL + EFFORT TRANCHANT ($M + V + N$)

Lorsque l'effort tranchant dépasse la moitié de l'effort tranchant résistant plastique, il faut prendre en compte son effet, ainsi que celui de l'effort axial, pour calculer le moment résistant plastique réduit.

Si $V \leq 0,5 V_{p\ell} \rightarrow$ critères du paragraphe 4.4.6. à vérifier.

Si $V > 0,5 V_{p\ell} \rightarrow$ la résistance de calcul de la section transversale aux combinaisons de moment et effort axial doit être calculée en utilisant une limite d'élasticité réduite f_{red} pour l'aire de cisaillement A_v .

avec :

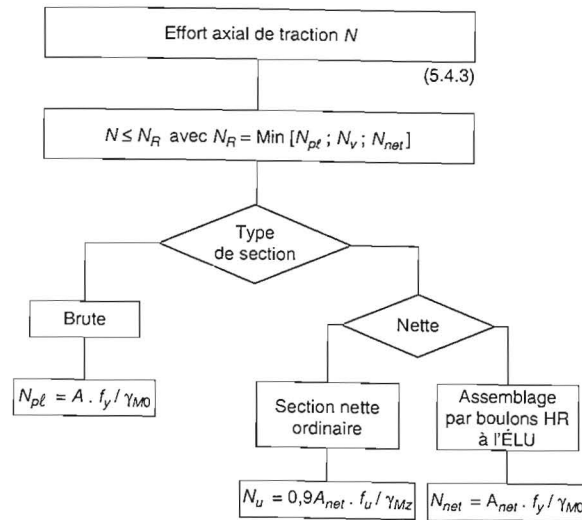
$$f_{red} = (1 - \rho) \cdot f_y \text{ et } \rho = \left(\frac{2 V}{V_{p\ell}} - 1 \right)^2$$

4.5. ORGANIGRAMMES RÉCAPITULATIFS DE CALCULS

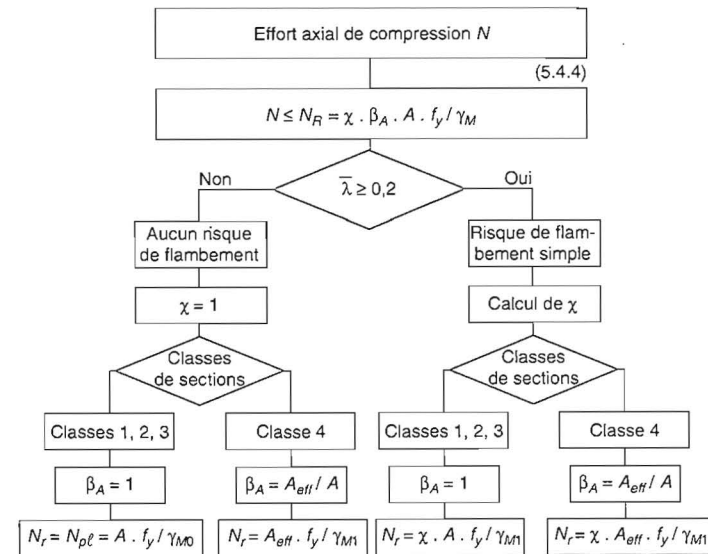
Les organigrammes qui suivent ont été établis pour les principaux cas de sollicitations (à l'exclusion de la torsion), conformément aux prescriptions de l'Eurocode 3, chapitre 5.4., intitulé "résistance des sections transversales". Les numéros des divers paragraphes sont notés en référence (entre parenthèses).

Les 7 sollicitations analysées, simples ou multiples, sont les suivantes :

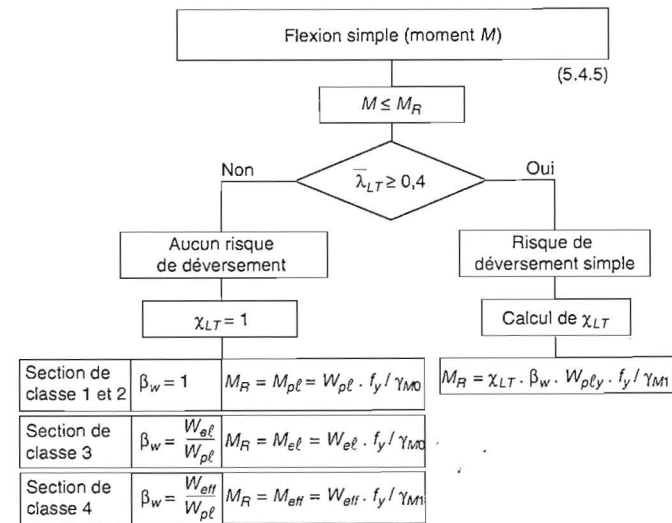
- effort axial de traction (N)
- effort axial de compression (N)
- flexion simple (moment M)
- effort tranchant (V)
- flexion simple + Effort tranchant ($M + V$)
- flexion composée ($M + N$)
- flexion déviée (ou biaxiale) seule ou composée ($M_y + M_z + N$).



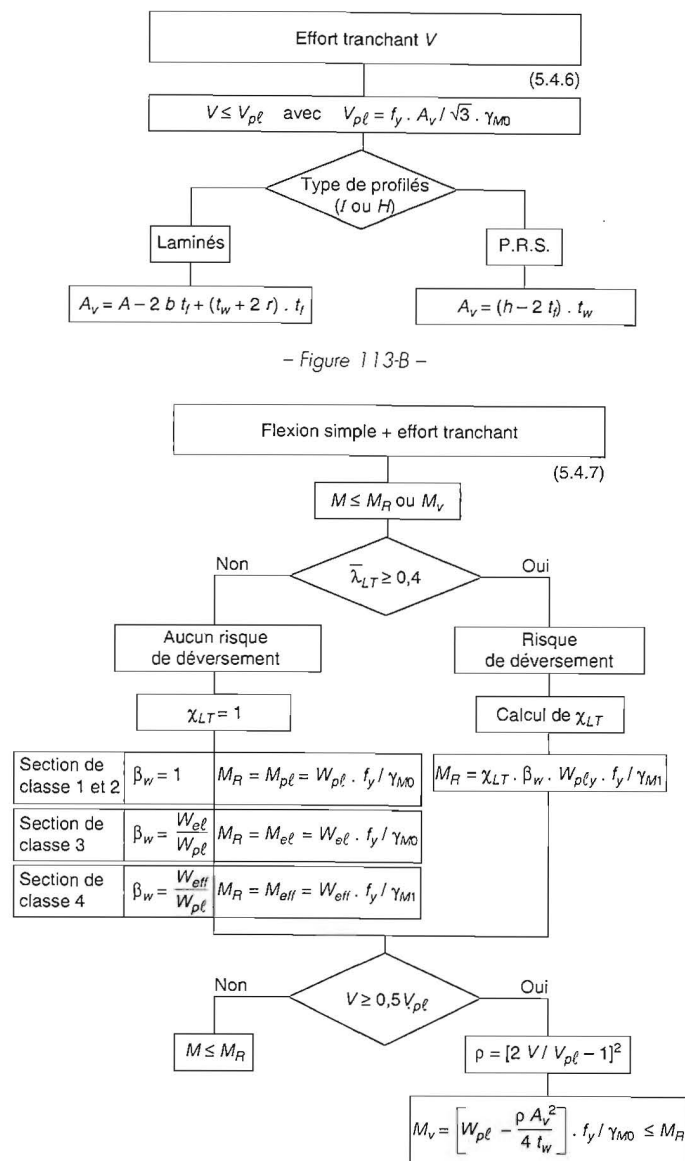
- Figure 111 -



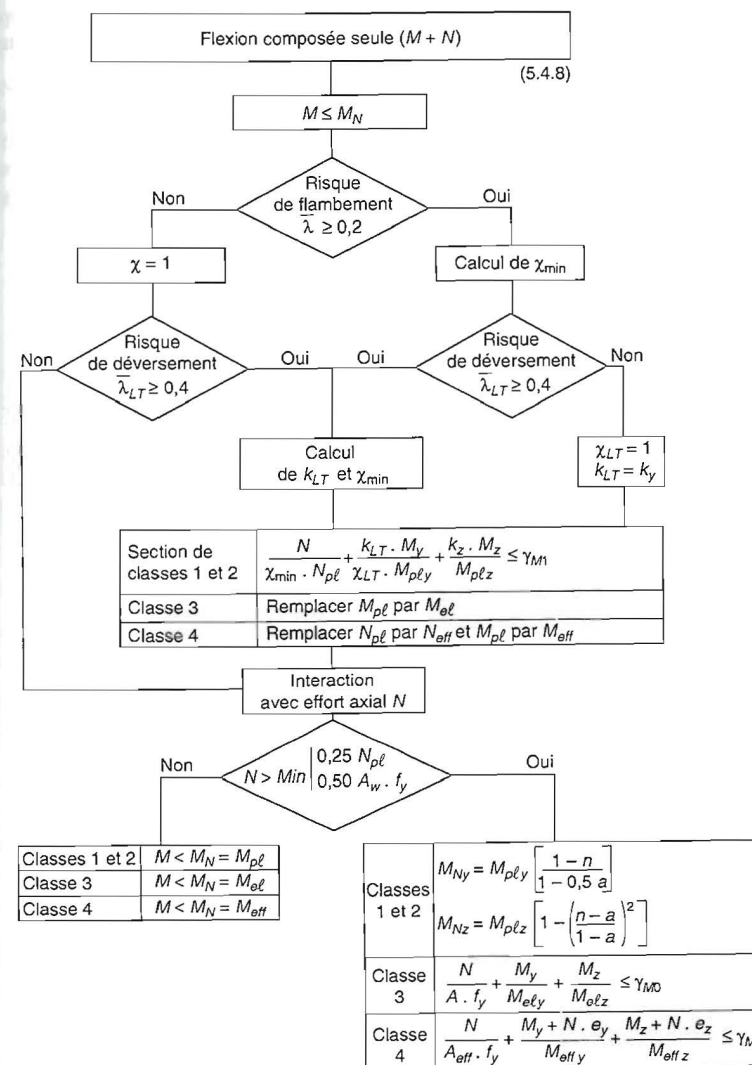
- Figure 112 -



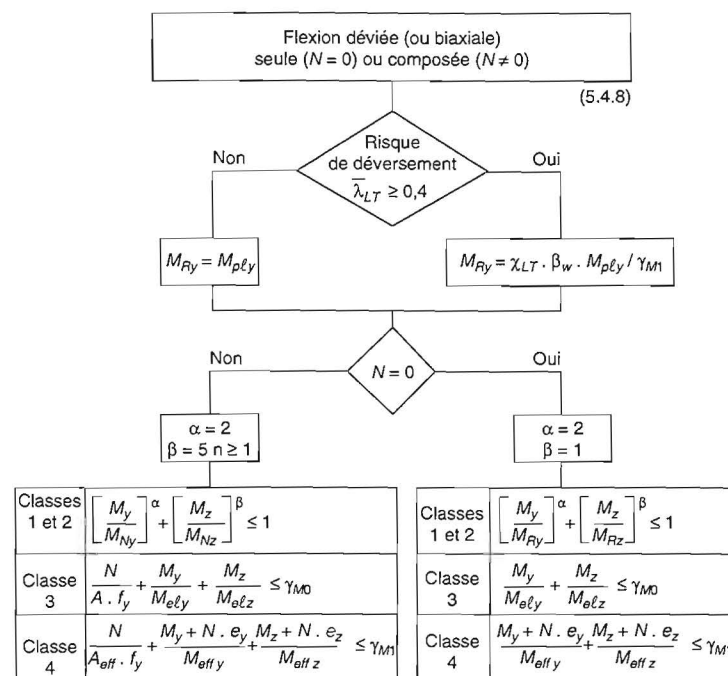
- Figure 113-A -



- Figure 114 -



- Figure 115 -



- Figure 116 -

4.6. RÉSISTANCE À LA FATIGUE

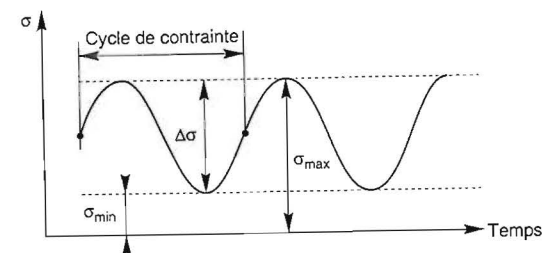
La vérification à la fatigue n'est pas requise pour les ossatures de bâtiments, à l'exception des structures soumises à des fluctuations répétées de contraintes :

- structures supportant des dispositifs de levage et/ou des charges roulantes,
- structures sollicitées par des cycles répétés de contraintes dus à des vibrations diverses, engendrées par des machines ou des hommes,
- structures soumises à des oscillations dues au vent.

Le chapitre 9 de l'Eurocode 3 traite du phénomène de fatigue, d'une façon très générale, car il s'agit d'un phénomène très difficile à appréhender, mal maîtrisé et

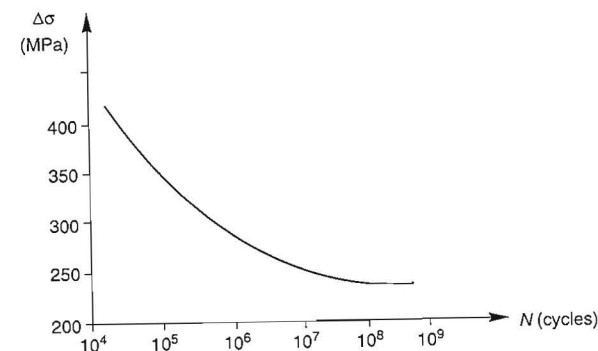
qui ne concerne que quelques rares constructions. Il ne mérite donc pas qu'on s'y attarde davantage ici.

Nous préciserons seulement que les calculs de résistance à la fatigue d'éléments de structures, soumis à des sollicitations répétées, alternées et cycliques, consistent à établir un diagramme d'endurance, qui détermine les valeurs limites vers lesquelles tendent les amplitudes de contraintes $\Delta\sigma$, lorsque le nombre de cycles N devient très grand.



- Figure 117 -

$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ = étendue de la contrainte nominale



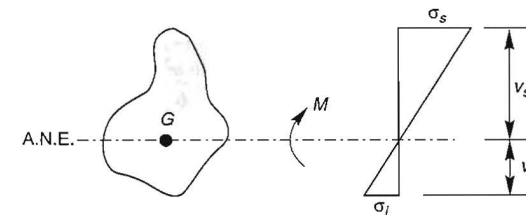
- Figure 118 -

CHAPITRE 5

DIMENSIONNEMENT DES POUTRES FLÉCHIES

Les poutres fléchies sont sollicitées par un moment fléchissant M et un effort tranchant V .

Le moment fléchissant développe des contraintes dans le matériau, dont la répartition est bi-triangulaire, tant que l'on reste dans le domaine élastique du diagramme contraintes / déformations.



— Figure 119 —

Les contraintes développées sur les fibres extrêmes, par rapport à l'axe neutre élastique (A.N.E.) qui passe par G , sont :

$$\sigma_s = \frac{M v_s}{I} \quad \text{et} \quad \sigma_i = \frac{M v_i}{I}$$

ou :

$$\sigma_s = \frac{M}{W_{el s}} \quad \text{et} \quad \sigma_i = \frac{M}{W_{el i}}$$

W_{el} étant les modules de résistance élastique de la section considérée.

Un bon dimensionnement a pour but d'optimiser le ratio, "inertie / prix".

Or le prix étant directement proportionnel au poids d'acier, il faut minimiser la consommation d'acier et maximiser l'inertie, ce que l'on obtient en positionnant la matière le plus loin possible de l'axe neutre.

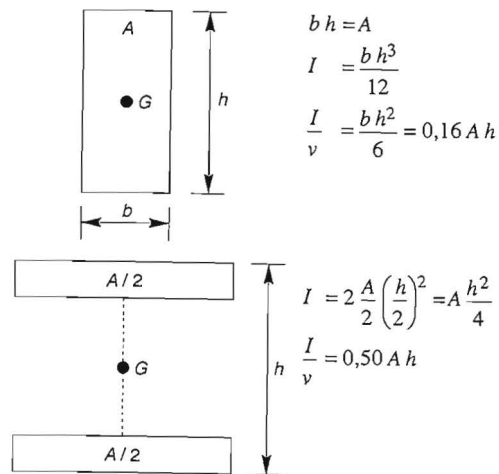
On reste cependant limité sur ce dernier point par des exigences d'esthétique, de confort ou d'exploitation (hauteur des poutres limitées par le gabarit sous-jacent à ménager).

On peut donc chercher à établir la *performance* ou le *rendement* d'une section, pour une hauteur donnée, en fonction de la répartition de matière adoptée.

La section en *I* est naturellement la section la meilleure, du fait que la matière est éloignée de l'axe neutre.

PERFORMANCE D'UNE SECTION

Comparons une section rectangulaire et une section en *I*, idéale (c'est-à-dire présentant une âme infiniment mince), qui ont la même aire (donc le même poids, et *a priori* le même prix) et la même hauteur.



- Figure 120 -

La section en *I* "idéale" ressort 3 fois plus performante que la section rectangulaire de référence.

Les profils laminés courants ont une performance intermédiaire, qui correspond à la moyenne entre les sections rectangulaires et *I* idéal, soit : $\frac{I}{v} = 0,33 A h = \frac{A h}{3}$

Vérifions-le sur un IPE 200, par exemple :

$$\begin{aligned}
 A &= 28,5 \text{ cm}^2 \\
 h &= 20 \text{ cm} \\
 0,33 A h &= 188 \text{ cm}^3 \\
 \frac{I}{v} &= 194 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

Les profils laminés ne sont donc pas particulièrement performants. Cela s'explique par le fait qu'ils possèdent une âme très nettement surdimensionnée (ce qui représente de la matière non performante, donc pénalisante).

RENDEMENT D'UNE SECTION

Le rendement géométrique d'une section est :

$$\rho = \frac{I}{A \cdot v_s \cdot v_i}$$

- Pour la section en *I* idéale, on a :

$$I = \frac{A h^2}{4} \quad \text{et} \quad v_s = v_i = \frac{h}{2}$$

$$\text{d'où } \rho = \frac{\frac{A h^2}{4}}{\frac{A h^2}{4}} = 1$$

C'est le rendement maximal, théorique bien sûr.

- Pour la section rectangulaire :

$$I = \frac{b h^3}{12} \quad A = b h \quad v_s = v_i = \frac{h}{2}$$

$$\text{d'où } \rho = \frac{1}{3}$$

- Pour un profil laminé IPE 200 :

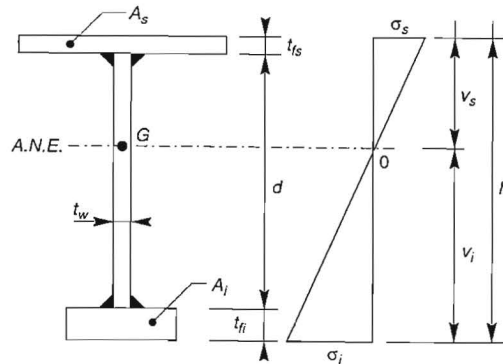
$$\begin{aligned}
 I &= 1.943 \text{ cm}^4 \\
 A &= 28,5 \text{ cm}^2 \\
 v_s = v_i &= 10 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

d'où : $\rho = \frac{2}{3}$ (rendement intermédiaire, analogue à la performance).

5.1. DIMENSIONNEMENT DES POUTRES EN CALCUL ÉLASTIQUE (P.R.S.)

Il s'agit généralement des poutres élancées (poutres de grande portée en bâtiment ou poutres de ponts) ou bien de poutres plus massives, dimensionnées par un calcul de flèche, pour lesquelles donc un calcul en plasticité serait superflu (pannes de toiture de bâtiment, par exemple).

Il s'agit donc, pour un moment donné (c'est-à-dire pour une portée et des conditions de charge bien définies), de déterminer une section optimale (c'est-à-dire poids minimal et modules de résistance maximaux). Soit :



- Figure 121 -

- section totale : $\Omega = A_s + A_i + d \cdot t_w$

- position de l'axe neutre élastique :

écrivons l'équilibre des moments statiques par rapport à cet axe neutre.

$$A_s \left(v_s - \frac{t_{fs}}{2} \right) + \frac{(v_s - t_{fs})^2}{2} \cdot t_w = A_i \left(v_i - \frac{t_{fi}}{2} \right) + \frac{(v_i - t_{fi})^2}{2} \cdot t_w$$

En négligeant t_{fi} et t_{fs} , qui sont faibles en regard de V_s , V_i et h , on obtient :

$$A_s \cdot v_s + \frac{v_s^2}{2} t_w = A_i \cdot v_i + \frac{v_i^2}{2} t_w$$

En posant $V_i = h - V_s$, on obtient finalement :

$$v_s = \frac{h}{\Omega} \left(A_i + \frac{d t_w}{2} \right)$$

ce qui nous donne la position de G et de l'axe neutre.

- Moment d'Inertie (par rapport à l'A.N.E.) :

$$I = A_s \left(v_s - \frac{t_{fs}}{2} \right)^2 + A_i \left(v_i - \frac{t_{fi}}{2} \right)^2 + d t_w \left(v_i - \frac{d}{2} - \frac{t_{fi}}{2} \right)^2 + \frac{A_s t_{fs}^2 + A_i t_{fi}^2 + t_w d^3}{12}$$

ce qui donne, tous calculs faits, en négligeant t_{fi} et t_{fs} vis-à-vis de h et en considérant donc que $d \approx h$:

$$I = h^2 \left(\frac{h t_w}{3} + A_i \right) - v_s \cdot h \left(\frac{h t_w}{2} + A_i \right)$$

SECTION DES SEMELLES

A_s et A_i seront minimales lorsque les contraintes sur les fibres extrêmes auront atteint les limites admissibles.

$$v_s = \frac{I}{M} \bar{\sigma}_s \quad v_i = \frac{I}{M} \bar{\sigma}_i$$

$$h = v_s + v_i = \frac{I}{M} (\bar{\sigma}_s + \bar{\sigma}_i)$$

En portant $\frac{I}{M} = \frac{h}{\bar{\sigma}_s + \bar{\sigma}_i}$ dans $v_s = \frac{I}{M} \bar{\sigma}_s$, il vient : $v_s = \frac{h \bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_s + \bar{\sigma}_i}$ que l'on porte dans

l'expression de l'inertie, d'où l'on tire après résolution :

$$A_i = \frac{M}{h \bar{\sigma}_i} - \frac{h t_w}{6} \left(2 - \frac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_i} \right)$$

$$A_s = \frac{M}{h \bar{\sigma}_s} - \frac{h t_w}{6} \left(2 - \frac{\bar{\sigma}_i}{\bar{\sigma}_s} \right)$$

Dans ces formules, le premier terme représente la section que devrait avoir chaque membrure, si l'âme était infiniment mince. Chacune serait en effet soumise à l'effort normal $\pm M/h$.

Le second terme représente la collaboration de l'âme à la résistance de la section à la flexion.

CAS PARTICULIER : SECTION SYMÉTRIQUE À SEMELLES ÉGALES

$$A_s = A_i \quad \text{et} \quad \bar{\sigma}_s = \bar{\sigma}_i = f_y$$

D'où :

$$A_s = A_i = \frac{M}{h \cdot f_y} - \frac{h \cdot t_w}{6}$$

$$\Omega = \frac{2M}{h \cdot f_y} + \frac{2}{3} h \cdot t_w$$

SECTION DE L'ÂME

L'effort tranchant doit rester inférieur à l'effort tranchant résistant, soit :

$$V \leq V_R = A_w \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$$

ou

$$A_w \geq \frac{V \sqrt{3}}{f_y} \cdot \gamma_{M0}$$

Compte tenu que les élançements admissibles courants des poutres sont :

$$\frac{1}{25} < \frac{h}{\ell} < \frac{1}{20},$$

la hauteur h est fixée en fonction de la portée ℓ , d'où l'on tire aussitôt l'épaisseur

$$\text{d'âme } t_w : t_w = \frac{A_w}{h}$$

VÉRIFICATION DE LA FLÈCHE

Les calculs de dimensionnement et de résistance précédents ont été conduits à l'É.L.U.

Il convient de vérifier maintenant, à l'É.L.S., que les déformations restent admissibles, et notamment que la flèche de la poutre reste inférieure à $\frac{\ell}{200}, \frac{\ell}{400}, \dots$

selon que la poutre appartient à une toiture, à un plancher recevant ou non des poteaux, etc.

APPLICATION NUMÉRIQUE

Déterminer la section d'un profilé P.R.S., de 50 m de portée, isostatique, en acier S.355, recevant une surcharge de 50 kN/ml. Pour des raisons de corrosion, l'épaisseur de l'âme sera $t_w = 20$ mm.

Pour limiter les déformations, adoptons un élançement classique de 1/25. Ce qui

détermine la hauteur de la poutre : $h = \frac{\ell}{25} = 2$ m.

L'élançement de l'âme vaut $h/t_w = 100$. La section est donc de classe 3 et les calculs doivent être conduits en élasticité. Soit :

$$M = [1,35 \Omega \times 78,5 + 1,50 \times 50] \times \frac{50^2}{8}$$

$$M = (106 \Omega + 75) \times 312,5 \text{ kNm}$$

$$\Omega = \frac{2M}{h \cdot f_y} + \frac{2}{3} h \cdot t_w$$

$$\Omega = \frac{2(106 \Omega + 75) \times 312,5}{2 \times 355 \times 10^3} + \frac{2}{3} \times 0,02 \times 2$$

d'où l'on tire : $\Omega = 1\,022 \text{ cm}^2$

- Le poids propre de la poutre vaut : $g = 1\,022 \times 78,5 \times 10^{-4} = 8 \text{ kN/ml}$
- Section de l'âme : $ah = 400 \text{ cm}^2$
- Section de chaque semelle : $A = 311 \text{ cm}^2$

En adoptant (par exemple) une largeur de semelle b telle que $b = h/4$, ce qui correspond à un profil très performant, on obtient :

$$b = 500 \text{ mm}$$

$$t_f = \frac{A}{b} = \frac{311}{50} = 6,2 \text{ cm}$$

La section du PRS est donc fixée :

$$\begin{aligned} h &= 2\,000 \text{ mm} \\ b &= 500 \text{ mm} \\ t_w &= 20 \text{ mm} \\ t_f &= 62 \text{ mm} \end{aligned}$$

VÉRIFICATION DE L'EFFORT TRANCHANT

$$V = [1,35 \times 6,9 + 1,50 \times 50] \frac{50}{2}$$

$$V = 2\,107 \text{ kN}$$

$$V_R = V_{pe} = A_w \frac{f_y}{\sqrt{3}}$$

$$V_R = 400 \times 355 \times \frac{10^{-1}}{\sqrt{3}} = 8\,200 \text{ kN}$$

$V < 0,5 V_R$, donc il n'y a pas d'interaction entre l'effort tranchant V et le moment fléchissant M .

Les problèmes de voilement local et de détermination de raidisseurs d'âme restent à vérifier.

MOMENT D'INERTIE

Tous calculs faits, $I = 0,075 \text{ m}^4$

VÉRIFICATION DE LA FLÈCHE

$$f = \frac{5}{384} \frac{(g + q) \ell^4}{EI} \leq \frac{\ell}{200} = 25 \text{ cm}$$

$$f = \frac{5}{384} \frac{0,569 \times 5\,000^4}{21\,000 \times 75 \times 10^5}$$

$$f = 29 \text{ cm} > \hat{f} = 25 \text{ cm}$$

La condition de flèche est à la limite de l'inadmissibilité.

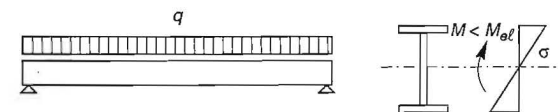
5.2. DIMENSIONNEMENT DES POUTRES EN CALCUL PLASTIQUE (LAMINÉS)

Les profilés laminés sont généralement des sections compactes dont la plastification totale est possible, leurs âmes étant surdimensionnées, donc non sujettes au risque de voilement local.

Considérons une poutre isostatique soumise à une charge uniformément répartie q .

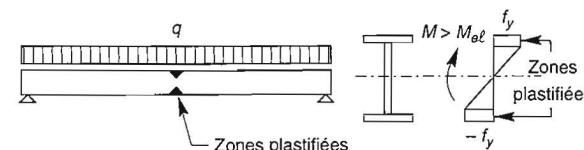
La section médiane, la plus sollicitée, est soumise à un moment égal à $g \ell^2 / 8$ (voir figure 122 A/B/C)

Dans un premier temps, la répartition des contraintes normales est linéaire (hypotheses de Navier-Bernouilli). Nous sommes dans la phase élastique du comportement du matériau.



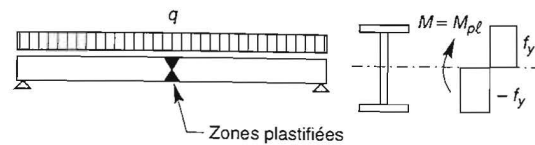
- Figure 122-A -

Lorsque les contraintes sur les fibres extrêmes atteignent la limite élastique f_y , le moment fléchissant sollicitant la section médiane est égal au moment élastique M_{el} . Si on augmente la charge, les contraintes ne sont plus proportionnelles aux déformations. Les fibres extrêmes se plastifient.



- Figure 122-B -

On peut augmenter la charge jusqu'à ce que la section médiane soit entièrement plastifiée. C'est-à-dire que le moment fléchissant soit égal au moment plastique M_{pe} . La courbure de la poutre est très importante dans la zone centrale de la poutre qui est plastifiée. On admet qu'il se forme, dans la section médiane, une rotule plastique (ou articulation). La poutre se comporte comme deux éléments rigides reliés par une articulation. On dit qu'il y a plastification totale.



- Figure 122-C -

Il s'agit dès lors de vérifier que : $M \leq M_{pl} = W_{pl} \cdot f_y$

M étant connu et f_y donné, l'inconnue est toujours W_{pl} et il faut donc vérifier que :

$$W_{pl} \geq \frac{M_{pl}}{f_y}$$

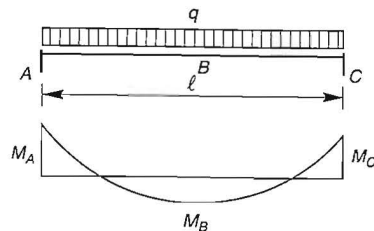
MÉCANISME DE RUINE – ROTULE PLASTIQUE

Considérons une poutre bi-encastree d'inertie constante, soumise à une charge uniformément répartie q .

Dans un premier temps, la poutre a un comportement élastique. On peut écrire :

Moment à l'encastrement $M_A = M_C = -q \cdot \ell^2 / 12$

Moment à mi-portée $M_B = q \cdot \ell^2 / 24$

- Figure 123 -
Phase élastique

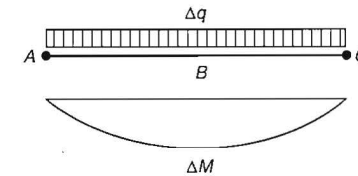
Si on augmente la charge, les sections d'encastrement, les plus sollicitées, vont se plastifier en premier. On atteint dans ces sections le moment plastique M_{pl} .

$|M_A| = |M_C| = |M_{pl}| = q \cdot \ell^2 / 12$

$M_B = M_{pl} / 2 = q \cdot \ell^2 / 24$

Il se forme alors une rotule plastique à chaque encastrement. L'apparition de rotule plastique n'est possible que s'il n'y a aucun phénomène de voilement local.

Si la capacité de rotation des sections A et C est importante on peut encore augmenter la charge. L'accroissement de charge Δq est repris par la poutre qui a un comportement bi-articulé après plastification des sections d'encastrement. On dit que les sections A et C sont épuisées et travaillent comme des articulations pour ce supplément de charge. La poutre devient isostatique.

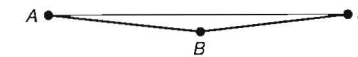
- Figure 124 -
Phase plastique

Ce nouveau fonctionnement reste possible jusqu'à ce que la section médiane soit complètement plastifiée. On a alors :

$|M_A| = |M_C| = |M_{pl}| = q \cdot \ell^2 / 12$

$M_B = M_{pl} = q \cdot \ell^2 / 24 + \Delta q \cdot \ell^2 / 8$

L'apparition d'une rotule plastique en B transforme la structure en mécanisme de ruine. Le système est instable et s'effondre.

- Figure 125 -
Mécanisme de ruine

La charge de rupture vaut :

$$q_r = q + \Delta q = 16 M_{pl} / \ell^2 = 1,33 q$$

La poutre, initialement hyperstatique, a successivement épuisé toutes ses possibilités de résistance jusqu'à se transformer en mécanisme. Ce phénomène est appelé l'adaptation plastique.

REDISTRIBUTION DES EFFORTS DANS LES STRUCTURES HYPERSTATIQUES

L'exemple de la poutre bi-encastree montre bien la redistribution du moment fléchissant après plastification des sections d'encastrement (formation de rotules plastiques). Cette redistribution n'est possible que si les éléments de la structure et le matériau le permettent.

Le calcul plastique des sollicitations n'est possible que si les conditions suivantes sont remplies :

A. DUCTILITÉ DU MATÉRIAU

L'acier doit être suffisamment ductile afin de permettre la formation de rotules plastiques (allongements plastiques importants).

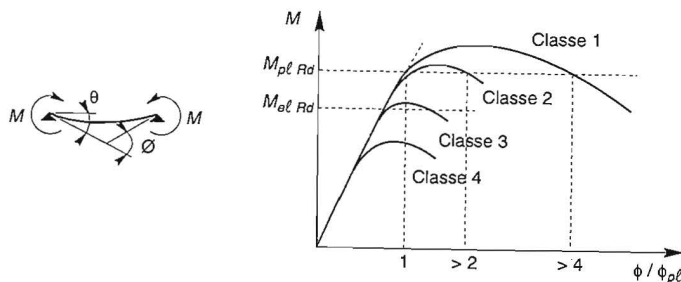
B. CAPACITÉ DE ROTATION

Les éléments plastifiés doivent être capables de supporter la rotation des rotules plastiques.

C. ABSENCE D'INSTABILITÉ

La plastification des sections n'est possible qu'en l'absence de tout phénomène d'instabilité (voilement local, déversement).

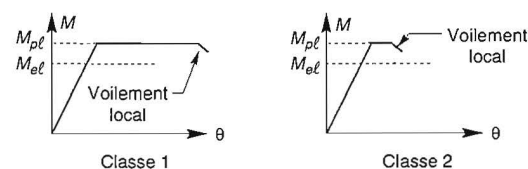
La figure suivante illustre la capacité de rotation des différentes classes de sections. Elle montre la résistance et la capacité de rotation qui peuvent être atteintes avant apparition du phénomène de voilement local. Tout risque de déversement est supposé empêché. La classification des sections est définie au chapitre 4.3.



- Figure 126 -

Classe 1 : les sections de classe 1 peuvent former une rotule plastique et ont une capacité de rotation importante.

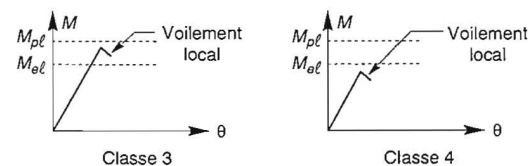
Classe 2 : les sections de classe 2 peuvent former une rotule plastique mais avec une capacité de rotation limitée.



- Figure 127 -

Classe 3 : les sections de classe 3 ne peuvent pas former de rotule plastique. Le moment fléchissant les sollicitant peut atteindre le moment élastique M_{el} mais le voilement local est susceptible d'empêcher le développement du moment plastique M_{pl} .

Classe 4 : les sections de classe 4 ne peuvent pas former de rotule plastique. Le voilement local est susceptible d'empêcher le développement du moment élastique M_{el} .



- Figure 128 -

CLASSES DE SECTIONS ET RÉSISTANCE ULTIME

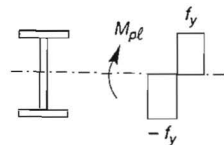
Comme nous l'avons vu précédemment la classification des sections permet de préjuger de leur comportement et de leur résistance. Le tableau suivant indique, pour chaque classe, la méthode d'analyse que l'on peut utiliser pour le calcul des sollicitations et pour le calcul de la résistance ultime. (Cf. tableau page suivante).

Classe	Capacité de rotation	Calcul des sollicitations	Résistance de calcul
1	Importante	Plastique	Plastique
2	Limitée	Plastique si justification par essai	Plastique
3	Nulle	Élastique	Élastique sur section complète
4	Nulle	Élastique	Élastique sur section efficace

EXEMPLES DE DIMENSIONNEMENTS

SECTIONS DE CLASSES 1 ET 2

Le moment résistant de la section est égal au moment plastique M_{pl} .



- Figure 129 -

$$M_R = M_{pl} = W_{pl} \cdot f_y / \gamma_{M0}$$

$$\gamma_{M0} = 1$$

Soit un IPE 400, fléchi selon son plan principal d'inertie. Acier S.235.

$$b = 180 \text{ mm} \quad t_f = 13,5 \text{ mm}$$

$$d = 331 \text{ mm} \quad t_w = 8,6 \text{ mm}$$

- Semelle comprimée :

$$c = 180 / 2 = 90 \text{ mm}$$

$$t_f = 13,5 \text{ mm}$$

$$c / t_f = 6,67 < 10 \varepsilon = 10$$

Donc la semelle est de classe I

- Âme fléchée :

$$d = 331 \text{ mm}$$

$$t_w = 8,6 \text{ mm}$$

$$d / t_w = 38,5 < 72 \varepsilon = 72$$

Donc l'âme est de classe 1.

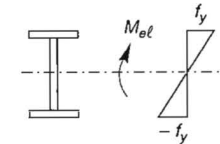
La section globale étant de classe 1, le calcul peut être mené en plasticité.

$$W_{pl} = 1.308 \text{ cm}^3$$

$$M_R = M_{pl} = W_{pl} \cdot f_y = 307 \text{ kNm}$$

SECTIONS DE CLASSE 3

Le moment résistant de la section est égal au moment élastique M_{el} .



- Figure 130 -

$$M_R = M_{el} = W_{el} \cdot f_y / \gamma_{M0}$$

Soit un PRS fléchi selon son plan principal d'inertie. La nuance d'acier est S.355.

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81$$

$$b = 360 \text{ mm}$$

$$h = 1.000 \text{ mm}$$

$$t_f = 22 \text{ mm}$$

$$t_w = 10 \text{ mm}$$

- Semelle comprimée :

$$c = 175 \text{ mm}$$

$$t_f = 22 \text{ mm}$$

$$9 \varepsilon = 7,3 < c / t_f = 7,9 < 10 \varepsilon = 8,1$$

Donc la semelle est de classe 2

- Âme fléchée :

$$d = 940 \text{ mm}$$

$$t_w = 10 \text{ mm}$$

$$83 \varepsilon = 67 < d / t_w = 94 < 124 \varepsilon = 100$$

Donc l'âme est de classe 3.

La section globale est donc de classe 3 et le calcul sera conduit en élasticité.

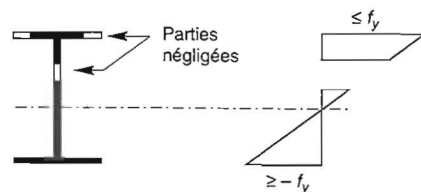
$$W_{el} = 9.060 \text{ cm}^3$$

$$M_R = M_{el} = W_{el} \cdot f_y = 3 216 \text{ kNm}$$

SECTIONS DE CLASSE 4

Le moment résistant de la section est égal au moment élastique réduit calculé avec la section réduite, dite "efficace".

$$M_R = M_{eff} \cdot f_y / \gamma_{M1} \quad \gamma_{M1} = 1,10$$

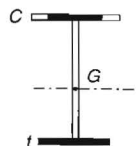


- Figure 131 -

La procédure particulière de calculs mérite d'être détaillée, car les sections de classe 4 sont des sections "à risque", qui exigent d'être particulièrement examinées.

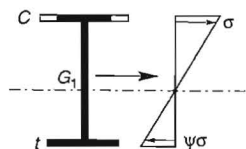
Procédure de calculs des sections de classe 4 sollicitées en flexion simple

- a) On calcule l'élancement des ailes de la semelle comprimée, ce qui permet d'obtenir la section efficace de la semelle en compression pure [Tableau 5.3.3. de l'Eurocode, reproduit ci-avant page 184]. La semelle tendue reste, bien sûr, efficace dans la totalité de sa section.



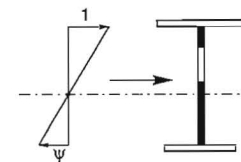
- Figure 132 -

- b) Considérant une section composée de la section efficace de la semelle comprimée et des sections brutes de la semelle tendue et de l'âme, on détermine la position du centre de gravité et on en déduit le rapport algébrique ψ de la contrainte dans la fibre extrême tendue de l'âme à celle de la fibre extrême comprimée de l'âme, avec un diagramme linéaire de contraintes.



- Figure 133 -

- c) À partir de la valeur de ψ précédemment établie, on calcule l'élancement de l'âme, ce qui permet d'obtenir les largeurs efficaces d'âme [Tableau 5.3.2. de l'Eurocode, reproduit ci-avant page 183].

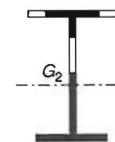


- Figure 134 -

- d) On calcule la position du nouveau centre de gravité de la section efficace, qui nous permet de calculer ensuite les modules de résistance élastique W_{eff} de la section efficace complète composée de :

- la section efficace de la semelle comprimée,
- la section brute de la semelle tendue,
- la section efficace de l'âme.

À partir du plus petit W_{eff} , on établit $M_R = W_{eff} \cdot f_y / \gamma_{M1}$



- Figure 135 -

Application numérique

Soit un PRS, fléchi selon son plan principal d'inertie et ayant pour dimensions :

$$h = 1\,200 \text{ mm} \quad t_w = 10 \text{ mm}$$

$$b = 320 \text{ mm} \quad t_f = 10 \text{ mm}$$

Acier S.355, donc $\epsilon = 0,81$

a) Semelle comprimée

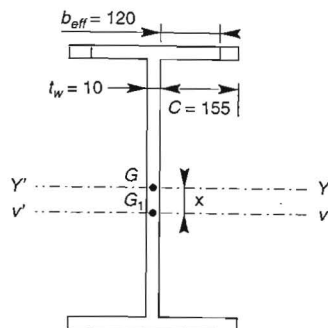
$$\psi = +1 \text{ d'où } k_\sigma = 0,43$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\frac{c}{t}}{28,4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{\frac{155}{10}}{28,4 \times 0,81 \times \sqrt{0,43}} = 1,02$$

$$\bar{\lambda}_p > 0,673 \text{ d'où } \rho = \frac{(\bar{\lambda}_p - 0,22)}{\bar{\lambda}_p^2}$$

$$\text{Soit : } \rho = 0,77$$

$$\text{et } b_{eff} = \rho c = 0,77 \times 155 = 120 \text{ mm}$$



- Figure 136 -

b) Calcul de ψ en fonction de x

La position du nouveau centre de gravité G_1 est obtenue en posant l'égalité des moments statiques des sections de part et d'autre de $v'v$.

$$25(59,5 + x) + \frac{(59 + x)^2}{2} = \frac{(59 - x)^2}{2} + 32(59,5 - x)$$

$$\text{D'où l'on tire : } x = 2,4 \text{ cm}$$

$$v_s = h/2 + x = 62,4 \text{ cm}$$

$$v_i = h/2 - x = 57,6 \text{ cm}$$

$$\text{et } \psi = \frac{v_i}{v_s} = \frac{57,6}{62,4} = -0,92$$

c) âme fléchie

$\psi = -0,92$ d'où l'on tire :

$$k_\sigma = 7,81 - 6,29 \psi + 9,78 \psi^2 = 10,3$$

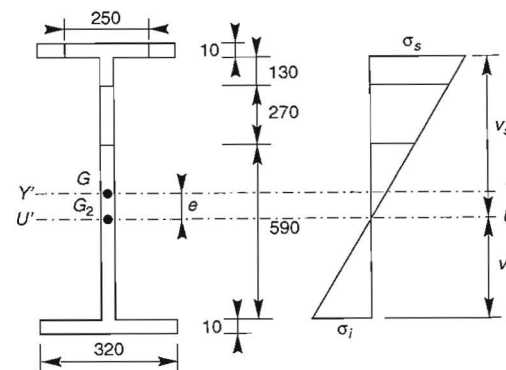
$$\bar{\lambda}_p = \frac{\frac{b}{t}}{28,4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}} = \frac{\frac{1\,180}{10}}{28,4 \times 0,81 \times \sqrt{10,3}} = 1,60$$

$$\rho = \frac{(1,60 - 0,22)}{1,6^2} = 0,54$$

$$b_{eff} = \rho b_c = \rho \frac{d}{2} = 0,54 \times \frac{118}{2} = 320 \text{ mm}$$

$$b_{e1} = 0,4 b_{eff} = 130 \text{ mm}$$

$$b_{e2} = 0,6 b_{eff} = 190 \text{ mm}$$



- Figure 137 -

d) Module de résistance efficace W_{eff}

- Position du nouveau centre de gravité G_2 :

$$25(59,5 + e) + 13(52,5 + e) + \frac{(19 + e)^2}{2} = 32(59,5 - e) + \frac{(59 - e)^2}{2}$$

$$\text{D'où on tire : } e = 8,7 \text{ cm}$$

- Calcul de l'inertie efficace I_{eff} par rapport à l'axe u :

$$I_{eff} = 25 (59,5 + 8,7)^2 + 32 (59,5 - 8,7)^2 + 13 (46 + 8,7 + 6,5)^2 + 78 \times 10,3^2 + \frac{13^3 + 78^3 + 25 + 32}{12}$$

$$I_{eff} = 295\,560 \text{ cm}^4$$

$$v_s = \frac{d}{2} + e = 59 + 8,7 = 67,7 \text{ cm}$$

$$v_i = \frac{d}{2} - e = 59 - 8,7 = 50,3 \text{ cm}$$

$$W_{eff} \text{ minimal} = \frac{295\,560}{67,7} = 4\,366 \text{ cm}^3$$

Le moment résistant est finalement :

$$M_R = W_{eff} \cdot f_y / \gamma_{M1}$$

$$M_R = 4\,366 \times 355 \times 10^{-3} / 1,10$$

$$M_R = 1\,410 \text{ kNm}$$

NOTA :

Avant l'instauration de l'*Eurocode 3*, ce PRS aurait été dimensionné en calcul élastique sur la section brute (c'est-à-dire comme une section de classe 3), ce qui aurait conduit au résultat suivant :

- Inertie brute : $I = 360\,000 \text{ cm}^4$

- Module de résistance : $W_{el} = 6\,000 \text{ cm}^3$

- Moment résistant élastique :

$$M_R = W_{el} \cdot f_y / \gamma_{M0} = 2\,130 \text{ kNm}$$

L'*Eurocode 3* apporte donc pour ce type de section de classe 4, une minoration, donc une sécurité de 50 % ce qui peut paraître, au premier abord, exagéré ; mais qui en fait ne l'est pas, compte tenu de la très grande instabilité de ce type de section et du nombre de sinistres dont elles sont à l'origine.

CHAPITRE 6

CONCEPTION ET CALCUL DES BÂTIMENTS MÉTALLIQUES

Les bâtiments métalliques peuvent être de conceptions fort différentes, selon l'application à laquelle ils sont destinés, les contraintes d'exploitation, les contraintes d'environnement, les exigences architecturales, les habitudes des constructeurs, etc.

Nous ne retiendrons que les solutions technologiques les plus couramment utilisées et nous effectuerons les calculs de dimensionnement et de vérification des bâtiments, élément par élément, successivement et dans le sens logique de descente des charges (couvertures, pannes, fermes, poteaux, contreventements, etc.).

La méthodologie des calculs sera la suivante :

- repérage des diverses actions possibles et calculs des combinaisons d'actions les plus défavorables,
- calcul des sollicitations correspondantes (efforts normaux et tranchants, moments de flexion simple ou déviée, moments de torsion éventuels),
- vérification des résistances des pièces (calcul des contraintes),
- vérification des stabilités de forme (déformations, flèches, déplacements).

6.1. CALCUL DES COUVERTURES ET DES BARDAGES

6.1.1 CALCUL DES COUVERTURES

Les couvertures équipant la grande majorité des bâtiments métalliques, sont de deux types :

- les couvertures en plaques ondulées d'amiante-ciment, destinées généralement aux constructions de bas de gamme (hangars agricoles, dépôts...) ;

- les couvertures en bacs acier nervurés (éventuellement aluminium), plus onéreuses, mais présentant de multiples avantages, qui font que ce mode de couverture est le plus répandu.

Ces produits étant entièrement standardisés, on ne les calcule plus. Les fabricants ont calculé une fois pour toutes les différents profils et ont récapitulé les résultats dans des tableaux ou sur des abaques. La détermination du profil recherché adéquat se fait donc par simple lecture.

LES COUVERTURES EN AMIANTE-CIMENT

Les plaques ondulées en amiante-ciment ont pour avantages principaux :

- une bonne résistance au vieillissement, du fait de leur insensibilité à l'humidité ;
- leur incombustibilité ;
- une grande stabilité dimensionnelle (dilatation et flèches minimales) ;
- un coût modique.

En revanche, elles nécessitent :

- une pente minimale de toiture de 9 % ;
- l'adjonction de cordons d'étanchéité dans tous les cas, pour pente inférieure à 16 % ;
- un recouvrement de plaques de 20 cm ;
- un entraxe de pannes faible, de 1,00 m à 1,38 m maximum (à l'exception des maxi-plaques qui vont à 2,25 m).

Enfin, leur aspect architectural est médiocre, leur poids élevé (18 daN/m²) et leur résistance aux chocs limitée (risque de rupture brutale).

Les plaques standards les plus courantes figurent dans le tableau suivant, et conviennent pour toutes régions de neige, jusqu'à 900 mètres d'altitude.

Connaissant le site de construction, on calcule la surcharge de neige extrême S_e et on en déduit le type de plaque à utiliser, ce qui détermine alors l'entraxe des pannes.

	Longueur nominale des plaques (m)	Nombre d'appuis	Portée des plaques (= entraxe pannes)	Surcharge admissible (daN/m ²)
Formats courants	1,52	2	1,38	308
	2,50	3	1,18	425
	1,25	2	1,11	480
Format spécial	2,50	2	2,25	308

Ce type de couverture est réglementé par le D.T.U. 40.31.

LES COUVERTURES EN BACS ACIER NERVURÉS

Il s'agit de bacs nervurés, en acier galvanisé, généralement prélaqués, et de grandes dimensions :

- largeur = 1 m environ ;
- longueur jusqu'à 12 m couramment ;
- épaisseurs courantes : 75/100 et 10/10 mm.

Les bacs de faible longueur peuvent porter sur 2 pannes (calcul isostatique). Mais la plupart du temps, les bacs sont utilisés en grande longueur (économie de temps et de main-d'œuvre à la pose) et portent, de ce fait, sur 3 ou 4 appuis. Ils sont alors calculés en continuité et présentent des flèches réduites.

La portée des bacs (continus ou non), qui détermine l'entraxe des pannes, est obtenue :

- en fonction des charges sollicitant les bacs (charges climatiques, charges de montage, isolation, étanchéité...) ;
- en fonction du profil des bacs. Les fabricants proposent divers profils, correspondant à divers moments d'inertie (variables en fonction de l'épaisseur de la tôle, du pas des nervures et de la hauteur des ondes).

Tous les bacs sont dimensionnés pour présenter une flèche maximale inférieure à 1/200 de leur portée, et pour supporter une charge minimale de 100 daN/m², qui correspond au poids de deux hommes et de leurs matériels (entretien ou travaux sur la toiture).

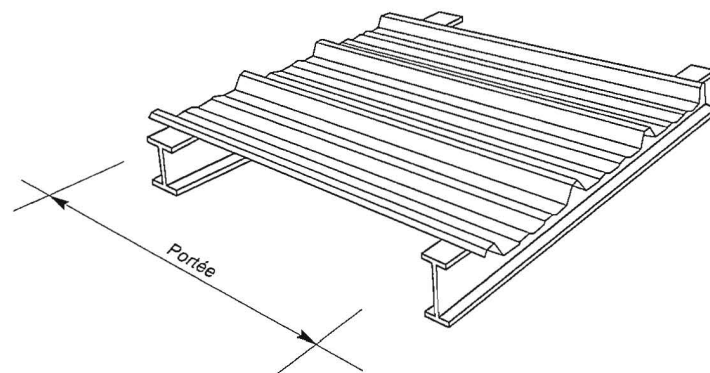
Les bacs peuvent être posés tels quels, en couverture sèche (si $p > 5\%$) ou bien recevoir une étanchéité, généralement multicouches. Les pentes, modes de fixation et recouvrements sont, bien sûr, réglementés (fixations par boulons-crochets ou vis autotaraudeuses).

Leur grande rapidité de pose et leur faible poids (environ 10 daN/m²) en font un mode de couverture particulièrement adapté aux constructions industrielles métalliques.

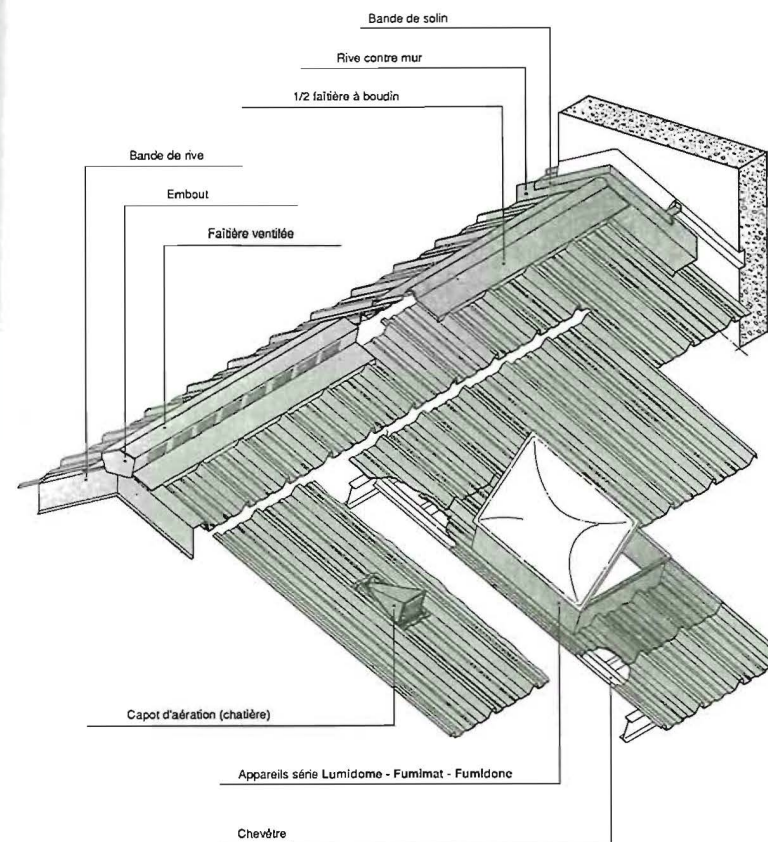
Le choix d'un profil de bacs s'effectue par simple lecture des tableaux proposés par les fabricants, en fonction des charges à supporter et des portées (continues ou non), selon le modèle ci-dessous.

La fiche technique, page suivante, permet de choisir le type et la portée du bac en fonction des surcharges de neige.

Profil	Critère Flèche	Épaisseur	Poids kg/m ²	Nombre d'appuis	Portée (en m) pour une charge (daN/m ²) de :							
					100	115	125	150	175	200	250	
Plein	f. 1/200	0,75	6,74	2	2,45	2,35	2,30	2,15	2,05	1,95	1,80	
				3	2,95	2,80	2,70	2,50	2,35	2,20	1,95	
	f. 1/300	1,00	8,99	2	2,70	2,60	2,55	2,40	2,25	2,15	2,00	
				3	3,25	3,10	3,00	2,80	2,70	2,50	2,25	
	f. 1/300	0,75	6,74	2	2,15	2,05	2,00	1,85	1,70	1,65	1,50	
				3	2,60	2,45	2,35	2,20	2,05	1,95	1,80	
		1,00	8,99	2	2,35	2,25	2,20	2,05	1,95	1,85	1,70	
				3	2,95	2,80	2,70	2,50	2,30	2,20	2,00	



- Figure 138 -



- Figure 139 -

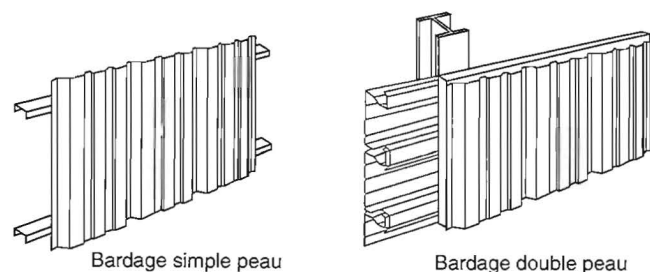
Couverture Bacs Acier et Accessoires (Documentation Sollac)

6.1.2. CALCUL DES BARDAGES

Les bardages, dont la fonction est le remplissage des façades, sont généralement réalisés en bacs acier (éventuellement en plaques fibro-ciment, si la couverture est ainsi réalisée).

Constitués d'un simple parement de tôle nervurée, ils sont dits : simple peau. Constitués de deux parements, ils sont dits "double-peau". Dans ce dernier cas, les deux parements peuvent être posés à nervures croisées (avec isolation intercalaire, en

laine de verre par exemple) ou à nervures parallèles (avec isolation par mousse rigide de polyuréthane injectée, qui solidarise les deux parements).



- Figure 140 -

Selon les cas, les rigidités des panneaux sont très différentes, et donc leurs portées également.

Les tableaux de calculs donnés par les fabricants sont donc différents pour chaque type de bardage, et selon que le bâtiment est ouvert ou fermé.

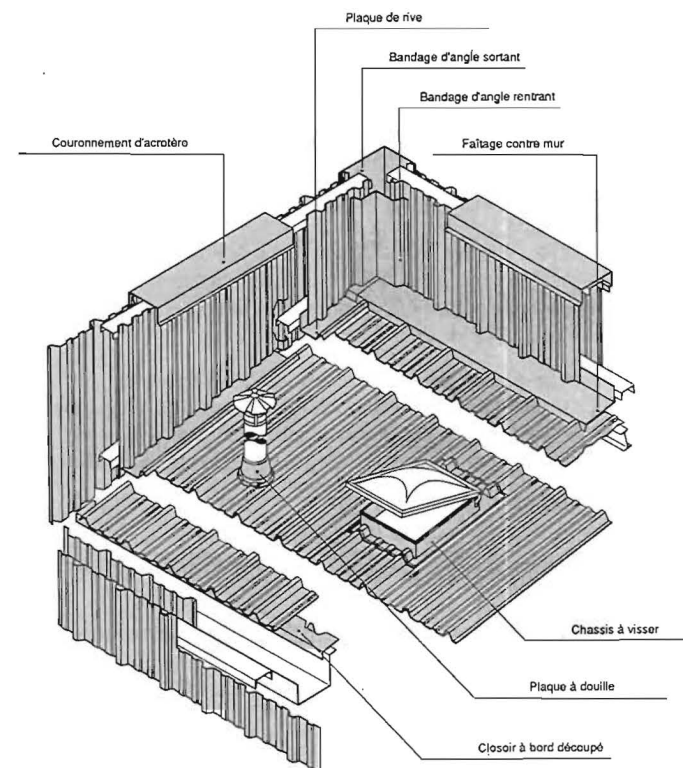
Les portées admissibles des bacs de bardage nécessitent des ossatures secondaires pour les porter, constituées soit par des lisses horizontales, soit par des potelets verticaux, qui transmettent les efforts du vent à la structure.

La conception, le profil et le calcul d'un bac de bardage sont analogues à ceux d'un bac de couverture.

EXEMPLE DE DIMENSIONNEMENT D'UN BARDAGE SIMPLE-PEAU

Charges admissibles en daN/m²

				Portée (m)				
Dépression		Pression			Dépression		Pression	
épaisseurs en mm		épaisseurs en mm			épaisseurs en mm		épaisseurs en mm	
0,75	0,63	0,75	0,63		0,75	0,63	0,75	0,63
	268		197	1,60	182		188	
228	185	201	143	1,80	146	193	157	174
170	132	153	102	2,00	119	157	134	141
131	106	110	80	2,20	100	129	116	120
104	87	24	64	2,40	85	107	102	108
86	73	68	52	2,60	73	91	89	98
71		55		2,80	63	78	77	89
60		46		3,00	53	66	67	80
				3,20	46	57	59	71
				3,40		49	52	63
				3,60		43		56



- Figure 141 -

6.2. CALCUL DES PANNES

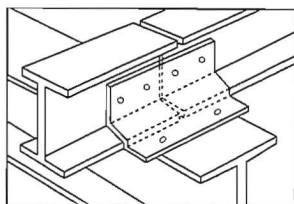
6.2.1. ASPECTS TECHNOLOGIQUES

Les pannes, qui ont pour fonction de supporter la couverture, sont disposées parallèlement à la ligne de faîtage, dans le plan des versants.

Disposées à entraxes constants, elles sont jumelées au faîtage (pannes faîtières) et peuvent être renforcées en rives pour reprendre des efforts horizontaux dus au vent (pannes sablières). Leur portée correspond à l'entraxe des fermes (travées) et leur entraxe est déterminé par la portée admissible des bacs de couverture.

Dans la majorité des cas, les pannes sont constituées de poutrelles laminées IPE, leur poids moyen ramené au m² de toiture oscillant aux alentours de 5 à 7 daN/m². Elles peuvent être également réalisées en profilés minces (tôles pliées à froid), en section de Z, U ou Σ .

Les pannes sont posées sur les fermes et assemblées par boulonnage. Les appuis sont considérés libres et articulés. Pour éviter leur glissement à la pose ou leur basculement, du fait de la pente des versants, elles sont assemblées aux fermes par l'intermédiaire de pièces en équerre (échantignoles), selon la figure ci-dessous.



– Figure 142 –

6.2.2. DÉTERMINATION DES SOLLICITATIONS

Compte tenu de la pente des versants, donnée par la pente des fermes ou traverses de portiques, les pannes sont posées inclinées d'un angle α et, de ce fait, fonctionnent en flexion déviée.

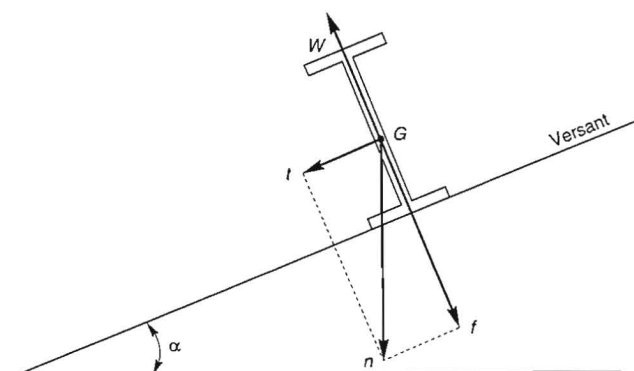
Les pannes sont en effet soumises :

- à des charges verticales (poids propre de la panne et du complexe de couverture, neige, charges accrochées éventuelles), dont la résultante, ramenée en charge linéique, n , se décompose en une charge f parallèle à l'âme de la panne et une

charge t perpendiculaire à l'âme, qu'il convient de bien prendre en compte, afin d'éviter tout risque de déversement latéral ;

- à une charge oblique W , due au vent (pression ou succion), appliquée perpendiculairement au versant, donc parallèlement à l'âme de la panne.

Il conviendra donc de calculer, lors du dimensionnement d'un profil de panne, deux moments de flexion distincts, selon les deux plans principaux d'inertie du profil.



– Figure 143 –

6.2.3. PRINCIPE DE DIMENSIONNEMENT

Les pannes sont dimensionnées par le calcul pour satisfaire simultanément :

- aux conditions de résistance,
- aux conditions de flèche.

CONDITIONS DE RÉSISTANCE

Il suffit de vérifier, après avoir calculé le moment de flexion M_x dû aux charges f et w et le moment de flexion M_y , dû aux charges t , que les contraintes de flexion σ_{f_z} et σ_{f_y} , correspondant à ces moments, satisfont à :

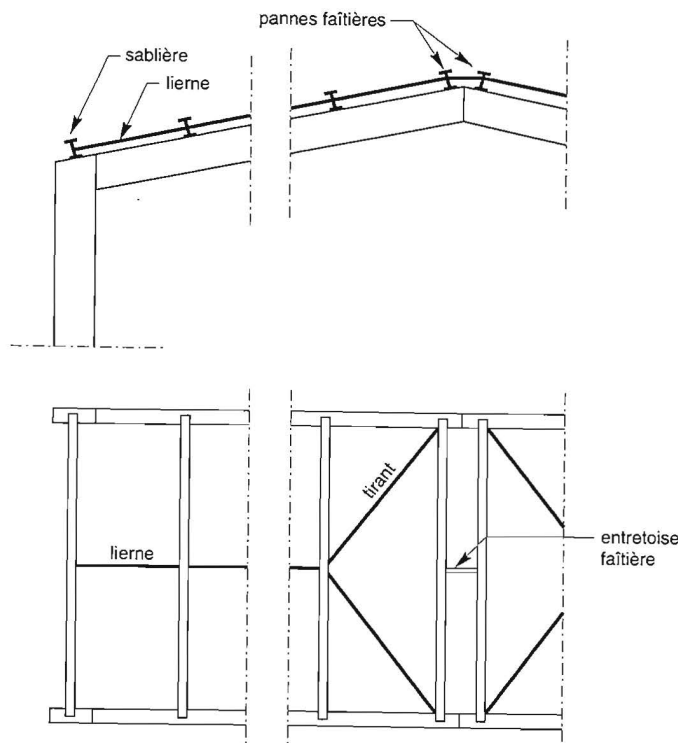
$$\sigma_{f_z} + \sigma_{f_y} < f_y$$

Compte tenu de la faible inertie transversale des profils de pannes, et dès lors que la pente du versant α atteint 8 à 10 %, l'effet de la charge t est particulièrement préjudiciable et conduit à des sections de pannes importantes, donc onéreuses.

La solution consiste, en ce cas, à réduire la portée transversale des pannes, en les reliant entre elles par des liernes, situées à mi-portée ou au tiers de la portée. Ces

liernes sont des tirants, qui fonctionnent en traction et qui sont soumis à des efforts croissants, au fur et à mesure qu'ils se rapprochent du faîtiage.

Les efforts de traction sollicitant les liernes ne peuvent pas être attachés aux pannes faîtières, qui périraient transversalement. Ils sont donc transmis aux portiques par des tirants en diagonale (schéma ci-dessous).



—Figure 144—

CONDITIONS DE FLÈCHE

Les pannes ne doivent pas, réglementairement, présenter de flèche supérieure au 1/200 de leur portée, sous l'application des charges maximales, mais non pondérées, afin d'éviter tout désordre éventuel au niveau de la couverture et de l'étanchéité.

Cette condition de flèche est une exigence, qui est très souvent déterminante dans le dimensionnement des pannes, car plus défavorable que la condition de résistance.

C'est pourquoi, lorsqu'un profil de panne a été déterminé par la condition de résistance et que la condition de flèche n'est pas vérifiée, deux solutions sont possibles :

- soit adopter une section de panne supérieure, mais on augmente nettement le poids d'acier, donc le coût,
- soit conserver la section initialement calculée, et doubler sa longueur. Dans ce cas, la panne ne porte plus sur deux appuis et n'est plus isostatique. Elle porte sur trois appuis en continuité, et la flèche initiale se trouve ainsi réduite à plus de 60 % et devient admissible, cela sans changer la condition de résistance puisque dans les deux cas, le moment maximal reste égal à $p \cdot \ell^2 / 8$, au signe près (voir diagrammes dans le tableau ci-après).

Cette seconde solution est économique, puisqu'elle n'augmente pas la consommation d'acier. Elle n'est cependant possible que si la longueur des pannes ne dépasse pas une dizaine de mètres (risques de torsion et de déversement à la pose) et elle nécessite de disposer les joints de pannes en quinconce sur les portiques, du fait des valeurs différentes des réaction d'appui.

6.2.4. MÉTHODES DE CALCUL DES PANNES EN FLEXION DÉVIÉE

CALCUL EN ÉLASTICITÉ (SECTIONS DE CLASSE 3)

Après avoir déterminé les moments de flexion maximaux selon les deux plans principaux d'inertie de la panne, on obtient les contraintes de flexion correspondantes σ_f et σ_z selon :

$$\sigma_f = M_y / W_y \quad \text{et} \quad \sigma_z = M_z / W_z$$

et on vérifie que :

$$\sigma_f + \sigma_z \leq f_{yd} \quad \text{avec} \quad f_{yd} = f_y / \gamma_{M0}$$

Par ailleurs, on doit vérifier la condition de flèche :

$$f \leq 1/200$$

En cas d'effort axial N , il faut vérifier que :

$$\left(\frac{N}{A \cdot f_{yd}} \right) + \left(\frac{M_y}{W_y \cdot f_{yd}} \right) + \left(\frac{M_z}{W_z \cdot f_{zd}} \right) \leq 1$$

CALCUL EN PLASTICITÉ (SECTIONS DE CLASSES 1 ET 2)

S'agissant de flexion déviée (biaxiale), il faut vérifier que :

$$\left(\frac{M_y}{M_{pl,y}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_z}{M_{pl,z}} \right)^\beta \leq 1$$

où α et β sont des constantes qui placent en sécurité si elles sont prises égales à l'unité, mais qui peuvent prendre les valeurs suivantes :

- section en I et H :
 $\alpha = 2$ $\beta = 5$ si $n \geq 1$
- tubes circulaires :
 $\alpha = 2$ $\beta = 2$
- profils creux rectangulaires
 $\alpha = \beta = 1,66 / (1 - 1,13 n^2) \leq 6$
 avec $n = N / N_{pl}$

La majorité des pannes ne sont soumises à aucun effort normal N . Dans ce cas, $N = 0$ et $\beta = 1$.

Les pannes soumises à un effort N sont les pannes adjacentes à un pignon (situées en travée de rive) ou des pannes formant montants des poutres au vent, qui transmettent des efforts normaux dus aux efforts du vent sur les pignons de bâtiment.

On peut également utiliser un autre critère de vérification des pannes en flexion biaxiale (avec ou sans effort axial N), qui procure une sécurité supérieure et qui est le suivant :

$$\left(\frac{N}{N_{pl}} \right) + \left(\frac{M_y}{M_{pl,y}} \right) + \left(\frac{M_z}{M_{pl,z}} \right) \leq 1$$

CAS PARTICULIER DES PANNES EN TÔLE PLIÉE (SECTIONS DE CLASSE 4)

Le développement actuel des profils minces en tôle pliée, utilisés en pannes, exige une vigilance particulière au niveau des calculs, du fait de leur instabilité.

Il convient notamment de vérifier :

- la stabilité au déversement, auquel ces profils sont très sensibles (pose quasi systématique de liernes) ;
- la stabilité au voilement des âmes.

1. Sollicitations dans le plan d'inertie maximale		
Réactions d'appuis		
Moment de flexion maximum	$M_{\max} = \frac{p \ell^2}{8}$	$M_{\max} = -\frac{p \ell^2}{8}$ $M = \frac{9}{128} p \ell^2$
Flèches maximum	$f_0 = \frac{5}{384} \frac{p \ell^4}{EI} < \frac{\ell}{200}$	$y = \frac{1}{EI} \left[\frac{p \ell^3 x}{48} - \frac{p \ell x^3}{16} + \frac{p x^4}{24} \right]$ $y_{\max}$ pour $x = \frac{3}{8} \ell$, soit $f_0 = \frac{2,05}{384} \frac{p \ell^4}{EI} = 0,41 f_0 < \frac{\ell}{200}$
2. Sollicitations dans le plan d'inertie minimale		
Panne sans lierne		$M_{\max} = \frac{p' \ell^2}{8}$
Panne avec une lierne à mi-portée		$M_{\max} = -\frac{p' \ell^2}{32}$
Panne avec deux liernes aux tiers de la portée		$M_{\max} = -\frac{p' \ell^2}{72}$

- Figure 145 -

Le critère de vérification devient :

$$\frac{N}{A_{eff} \cdot f_{yd}} + \frac{M_y + N \cdot e_y}{W_{eff,y} \cdot f_{yd}} + \frac{M_z + N \cdot e_z}{W_{eff,z} \cdot f_{yd}} \leq 1$$

avec : $f_{yd} = f_y / \gamma_{M1}$

- où A_{eff} est l'aire de la section efficace de la section transversale déterminée en supposant cette dernière soumise à la compression seule,
- W_{eff} est le module élastique de la section efficace de la section transversale déterminée en supposant cette dernière soumise à la flexion seule (dans le plan principal concerné),
- e décalage du centre de gravité de la section efficace par rapport à celui de la section transversale brute, dans le cas de la compression seule ($e = 0$ si la section transversale brute est bissymétrique).
- γ_{M1} coefficient partiel de sécurité sur la résistance pris égal à 1,1.
(Cf. chapitre 5.2.)

6.2.5. EXEMPLES D'APPLICATION

EXEMPLE 1 : FLEXION SIMPLE

Dimensionner des pannes de couverture de 8 m de portée, posées à un entraxe de 2,50 m, sachant qu'elles sont soumises aux charges suivantes :

- charges permanentes : $G = 14 \text{ daN/m}^2$
- charges variables : $Q = 34 \text{ daN/m}^2$
- Pente du versant = 3 %
- Acier des pannes = S.235

La pente du versant est très faible et peut être assimilée à une pente nulle. Le calcul sera donc conduit en flexion simple sous M_y (avec $M_z = 0$).

Les liernes sont ici inutiles et les pannes seront calculées en travée indépendante, isostatiques sur deux portiques (des pannes de 16 mètres, sur trois appuis, n'étant pas concevables, même avec rabouillage par éclisses).

Le poids propre des pannes est généralement estimé à 6 daN/m^2 , ce qui conduit à une charge totale pondérée de :

$$P = 1,35 G + 1,50 Q$$

$$P = 1,35 (14 + 6) + 1,50 \times 34 = 78 \text{ daN/m}^2$$

Les bacs acier de couverture étant posés en continuité, la charge linéique maximale sur les pannes, du fait de la réaction hyperstatique est :

$$p = 1,25 \times 78 \times 2,50 = 244 \text{ daN/ml}$$

Le moment maximal à mi-portée des pannes vaut, à l'É.L.U. :

$$M = \frac{p\ell^2}{8} = \frac{2,44 \times 8^2}{8} = 19,5 \text{ kNm}$$

S'agissant d'une section de classe 1, le calcul en plasticité est admis.

$$M \leq M_{p\ell y} = W_{p\ell y} \cdot f_y / \gamma_{M0} \quad \text{avec } \gamma_{M0} = 1$$

Soit :

$$W_{p\ell y} \geq \frac{M}{f_y} = \frac{19,5 \times 10^3}{235} = 83 \text{ cm}^3$$

ce qui correspond à un IPE 140.

- Vérification de la condition de flèche à l'E.L.S.

Il faut vérifier : $f = \frac{5}{384} \frac{p_0 \cdot \ell^4}{EI} \leq \frac{\ell}{200}$

p_0 étant la charge globale "sèche", c'est-à-dire non pondérée, soit :

$$p_0 = 1,25 (14 + 6 + 34) \times 2,50 = 169 \text{ daN/ml}$$

ou encore :

$$I \geq 200 \frac{5}{384} \frac{p\ell^3}{E}$$

$$I \geq \frac{1\,000 \times 1,69 \times 800^3}{384 \times 2,1 \times 10^6} = 1\,070 \text{ cm}^4$$

ce qui correspond à un IPE 180

- Calcul en élasticité

$$W_{el y} \geq \frac{M}{f_y} = 83 \text{ cm}^3$$

ce qui correspond à un IPE 160.

– Conclusion :

- calcul plastique (à l'É.L.U.) : IPE 140
- calcul élastique (à l'É.L.U.) : IPE 160
- vérification flèche (à l'É.L.S.) : IPE 180

C'est bien sûr la condition n° 3 qui est la plus contraignante et qui dimensionnera les pannes : IPE 180. (Il est bon de souligner que c'est souvent la condition de flèche qui dimensionne le profil des pannes, et que les calculs en plasticité sont généralement superflus).

EXEMPLE 2 : FLEXION DÉVIÉE (OU BIAXIALE)

Soit un portique recevant cinq pannes par versant, de 5 mètres de portée, posées à un entraxe de 4 mètres. La pente du versant est $p = \tan \alpha = 10\%$. Les charges sont :

- couverture bacs acier (posés en continuité sur trois appuis), isolation et étanchéité multicouche = 26 daN/m^2
- sous-plafond suspendu = 4 daN/m^2
- vent normal (soulèvement) $W_n = 60 \text{ daN/m}^2$

Dimensionner les pannes courantes sous sollicitation de flexion déviée. Acier S.235.

Le problème étant de déterminer la section des pannes, la classe de la section est bien sûr inconnue, ce qui ne permet pas de préjuger si l'on peut conduire les calculs en plasticité (classes 1 et 2) ou en élasticité (classe 3).

Un calculateur, tant soit peu expérimenté, sait que les profils de pannes, pour un cas courant comme celui-ci, dépassent rarement le calibre IPE 200.

Il s'agit donc d'une section de classe 1, sous les sollicitations envisagées, autorisant la plastification de l'acier.

Cependant, beaucoup de concepteurs, de calculateurs et de maîtres d'ouvrage choisissent délibérément un calcul de pannes en élasticité, afin de se ménager une sécurité accrue. Les pannes sont en effet des profils très souples, donc très déformables, qui sont à l'origine de nombreux désordres de couverture [notamment sous accumulation ou charges de neige exceptionnelles], tels que déchirures de bacs, arrachement d'étanchéité...

Nous allons donc examiner les deux types de calculs.

Nous ne parlerons pas des sections de classe 4, qui concernent les profils minces en tôle pliée à froid, qui sont particulièrement instables et qui sont à déconseiller.

Soit :

A. Calcul en élasticité

– Charges permanentes :

Le poids propre des pannes étant estimé à 6 daN/m^2 , on a :

$$G = 6 + 24 + 4 = 36 \text{ daN/m}^2$$

– Charges variables :

$$S_n = 45 \text{ daN/m}^2 \quad S_e = 75 \text{ daN/m}^2$$

$$W_n = 60 \text{ daN/m}^2 \quad W_e = 105 \text{ daN/m}^2$$

– Combinaisons d'actions :

$$1,35 G + 1,50 S_n = (1,35 \times 36) + (1,50 \times 45 \times \cos \alpha) = 115 \text{ daN/m}^2$$

$$G + S_e = 36 + 75 = 111 \text{ daN/m}^2$$

$$G - W_e = 36 - 105 = -69 \text{ daN/m}^2$$

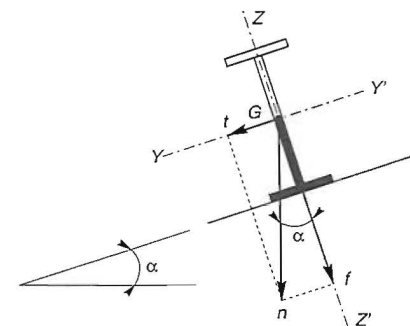
La première combinaison est la plus défavorable. La charge maximale sur les pannes, compte tenu de la continuité des bacs acier, vaut :

$$n = 1,25 \times 115 \times 4 = 575 \text{ daN/ml}$$

La décomposition de n selon les deux axes zz' et yy' conduit à (figure 146) :

$$f = n \cos \alpha = 570 \text{ daN/ml}$$

$$t = n \sin \alpha = 57 \text{ daN/ml}$$



– Figure 146 –

1. Pannes isostatiques, sans liernes

$$M_y = \frac{f \ell^2}{8} = 17,8 \text{ kNm}$$

$$M_z = \frac{t \ell^2}{8} = 1,78 \text{ kNm}$$

Par tâtonnement successifs, on détermine le profil minimal nécessaire, qui est ici un IPE 180, pour lequel : $W_{ely} = 146 \text{ cm}^3$ et $W_{eltz} = 22,2 \text{ cm}^3$

Les contraintes de flexion sont :

$$\sigma_y = \frac{17,8 \times 10^3}{146} = 122 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z = \frac{1,78 \times 10^3}{22,2} = 80 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \sigma_y + \sigma_z = 202 \text{ MPa} < f_y = 235 \text{ MPa}$$

2. Pannes continues sur trois appuis, sans liernes :
mêmes valeurs que ci-dessus.

3. Pannes isostatiques avec une lierne à mi-portée

$$M_y = \frac{f \ell^2}{8} = 17,8 \text{ kNm} \quad \text{et} \quad M_z = \frac{t \left(\frac{\ell}{2} \right)^2}{8} = 0,5 \text{ kNm}$$

ce qui conduit à un IPE 160.

4. Pannes continues sur trois appuis, avec une lierne à mi-portée :
mêmes valeurs que pour le cas 3.

– Vérification des conditions de flèche

Pour le calcul des flèches, les charges (non pondérées) à prendre en compte sont si l'entraxe des pannes est d :

$$f = 1,25 (G + S_n \cos \alpha) d \cos \alpha = 400 \text{ daN/ml}$$

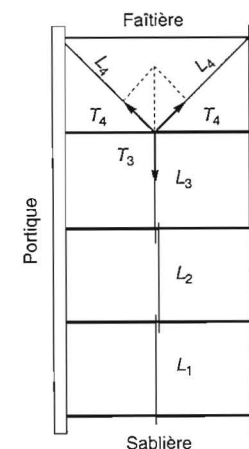
$$t = 1,25 (G + S_n \cos \alpha) d \sin \alpha = 40 \text{ daN/ml}$$

Il s'agit de vérifier, dans tous les cas, que $\frac{f}{\ell} < \frac{1}{200}$. Soit :

Cas	Flèche suivant zz'	Flèche suivant $yy' (*)$	Profil retenu
1	$\frac{f_1}{\ell} = \frac{5}{384} \frac{f \ell^3}{EI_x} = \frac{1}{440}$	$\frac{f_2}{\ell} = \frac{5}{384} \frac{t \ell^3}{EI_y} = \frac{1}{200}$	IPE 180
2	$\frac{f_1}{\ell} \times 0,41 = \frac{1}{1000}$	$\frac{f_2}{\ell} = \frac{1}{200}$	IPE 180
3	$\frac{f_1}{\ell} = \frac{1}{440}$	$\frac{f_2}{\ell} \times 0,41 = \frac{1}{500}$	IPE 160
4	$\frac{f_1}{\ell} \times 0,41 = \frac{1}{1000}$	$\frac{f_2}{\ell} \times 0,41 = \frac{1}{500}$	IPE 160

(*) : La flèche transversale selon yy' est en réalité nulle, car gênée par le plan de couverture, qui est vissé sur les pannes et tient lieu de plan de contreventement transversal.

– Calcul des liernes :



– Figure 147 –

– Effort de traction dans le tronçon de lierne L_1 , provenant de la panne sablière :

$$T_1 = 1,25 \frac{t \ell}{2} = 156 \text{ daN}$$

– Effort dans le tronçon L_2 :

$$T_2 = 1,25 \frac{t \ell}{2} + T_1 = 468 \text{ daN}$$

– Effort dans le tronçon L_3 :

$$T_3 = 1,25 \frac{t \ell}{2} + T_1 + T_2 = 780 \text{ daN}$$

– Effort dans les diagonales L_4 :

$$T_4 = 460 \text{ daN}$$

L'effort maximal étant de 780 daN, le système de liernes aura pour section :

$$A = 780 / 23,5 = 33,2 \text{ mm}^2 \text{ (soit tige } \phi 8 \text{)}.$$

Il est évident, que les solutions 3 et 4, avec liernes, sont plus économiques (gain de 5 à 8 % en général).

B. Calcul en plasticité

$$\left(\frac{M_y}{M_{pl,y}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_z}{M_{pl,z}} \right)^\beta \leq 1$$

Dans notre cas, sans effort normal, on a $N = 0$, $\alpha = 2$ et $\beta = 1$. Soit :

- Cas 1 et 2 :

$$M_y = 17,8 \text{ kNm} \quad M_z = 1,78 \text{ kNm}$$

Un profil IPE 160 est suffisant :

$$M_{pl,y} = 123,8 \times 235 \times 10^{-3} = 29 \text{ kNm}$$

$$M_{pl,z} = 25,8 \times 235 \times 10^{-3} = 6 \text{ kNm}$$

$$\text{Soit : } \left(\frac{17,8}{29} \right)^2 + \left(\frac{1,78}{6} \right)^1 \leq 1$$

$$0,38 + 0,30 = 0,68 \leq 1$$

- Cas 3 et 4 :

$$M_y = 17,8 \text{ kNm} \quad M_z = 0,5 \text{ kNm}$$

Un profil IPE 140 est suffisant :

$$M_{pl,y} = 88,4 \times 235 \times 10^{-3} = 24 \text{ kNm}$$

$$M_{pl,z} = 19,0 \times 235 \times 10^{-3} = 4,5 \text{ kNm}$$

$$\left(\frac{17,8}{24} \right)^2 + \left(\frac{0,5}{4,5} \right)^1 \leq 1$$

$$0,72 + 0,11 = 0,83 \leq 1$$

- Vérification des conditions de flèche :

Cas	Profil à vérifier	$\frac{f}{\ell}$ selon zz'
1	IPE 160	1/300
2	IPE 160	1/650
3	IPE 140	1/300
4	IPE 140	1/650

Le calcul en plasticité permet de réduire la section des pannes. Dans notre cas, le fait de passer des profils IPE 180 et 160 à des profils IPE 160 et 140, apporte un gain d'acier d'environ 1 daN/m² sur le poids des pannes, soit une économie globale d'environ 5 % sur le coût de la charpente.

EXEMPLE 3 : FLEXION COMPOSÉE DÉVIÉE
(ou flexion composée biaxiale)

Vérifier la résistance d'une panne IPE 240 (acier S.235), située dans une travée de rive (poutre au vent) et soumise aux sollicitations simultanées suivantes :

$N = 300 \text{ kN}$ (effort normal de compression engendré par la poussée du vent sur le bardage).

$M_y = 50 \text{ kNm}$
 $M_z = 11 \text{ kNm}$ } (moments de flexion engendrés par le poids propre et la neige).

La section est de classe 1, donc le calcul en plasticité est admis.

$$A = 39,1 \text{ cm}^2$$

$$N_{pl} = A \cdot f_y = 920 \text{ kN}$$

$$W_{pl,y} = 366 \text{ cm}^3$$

$$W_{pl,z} = 73 \text{ cm}^3$$

- Critère d'interaction de l'effort axial

$$A_w = A - 2 b t_f = 15,6 \text{ cm}^2$$

$$A_w \cdot f_y = 366 \text{ kN}$$

$$N > \min [0,25 N_{pl} ; 0,50 A_w \cdot f_y]$$

$$N = 300 > \min [230 \text{ kN} ; 183 \text{ kN}]$$

L'interaction de l'effort axial est à prendre en compte et il faut donc vérifier que :

$$\left(\frac{M_y}{M_{Ny}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_z}{M_{Nz}} \right)^\beta \leq 1$$

$$\text{avec } \alpha = 2 \text{ et } \beta = 5 \cdot \frac{N}{N_{pl}} = 5 \cdot \frac{300}{920} = 1,63$$

- Calcul de M_{Ny}

$$M_{Ny} = M_{pl,y} \frac{1 - \frac{N}{N_{pl}}}{1 - 0,5 a}$$

$$\text{avec } a = \min [A_w / A ; 0,50]$$

$$A_w / A = 15,6 / 39,1 = 0,4 \quad \text{Donc } a = 0,4$$

$$M_{pl,y} = W_{pl,y} \cdot f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{pl,y} = 366 \times 235 \times 10^{-3} / 1,0 = 86 \text{ kNm}$$

$$M_{Ny} = 86 \frac{1 - \frac{300}{920}}{1 - 0,5 \times 0,4} = 72 \text{ kNm}$$

– Calcul de M_{Nz} :

$$M_{Nz} = M_{p\ell z} \left[1 - \left(\frac{\frac{N}{N_{p\ell}} - a}{1 - a} \right)^2 \right]$$

$$M_{p\ell z} = W_{p\ell z} \cdot f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{p\ell z} = 73 \times 235 \times 10^{-3} / 1,0 = 17 \text{ kNm}$$

$$M_{Nz} = 17 \left[1 - \left(\frac{\frac{300}{920} - 0,4}{1 - 0,4} \right)^2 \right] = 17,3 \text{ kNm}$$

Or, il faut que $M_N \leq M_{p\ell}$, donc $M_{Nz} = 17 \text{ kNm}$

– Vérification de la résistance de la panne :

$$\left(\frac{50}{72} \right)^2 + \left(\frac{11}{17} \right)^{1,63} \leq 1$$

$$0,48 + 0,49 = 0,97 \leq 1 \text{ vérifié}$$

La panne IPE 240 est acceptable.

NOTA :

L'Eurocode 3 propose systématiquement, dans chaque chapitre, des formules ou des critères de vérification, qui paraissent séduisants, car :

- les calculs sont raccourcis et il y a gain de temps,
- ils sont simples d'emploi,
- ils placent en sécurité.

En revanche, ils sont assez grossiers, très approximatifs et surdimensionnent les sections, ce qui conduit à des solutions onéreuses, donc à rejeter.

Vérifions-le brièvement dans le présent exemple de calculs.

L'Eurocode 3 propose ici deux critères simplificateurs (chapitre 5.4.8.1., § 11 et 12) :

– § 11 : prendre $\alpha = \beta = 1$

$$\left(\frac{50}{72} \right)^1 + \left(\frac{11}{17} \right)^1 = 1,34 > 1$$

– § 12 : vérifier le critère

$$\frac{N}{N_{p\ell}} + \frac{M_y}{M_{p\ell y}} + \frac{M_z}{M_{p\ell z}} \leq 1$$

$$\frac{300}{920} + \frac{50}{86} + \frac{11}{17} \leq 1$$

$$0,33 + 0,58 + 0,65 = 1,56 > 1$$

On voit bien que les deux critères simplificateurs placent beaucoup trop en sécurité (respectivement + 38 % et + 61 %) et deviennent absurdes.

En effet, pour vérifier le dernier, il faudrait adopter une panne de profil IPE 300, pour laquelle :

$$A = 53,8 \text{ cm}^2$$

$$W_{p\ell y} = 628 \text{ cm}^3$$

$$W_{p\ell z} = 124 \text{ cm}^3$$

ce qui conduit à :

$$0,25 + 0,34 + 0,38 = 0,96 \leq 1$$

Mais le choix d'un IPE 300 (poids = 42,2 kg/ml) au lieu d'un IPE 240 (poids = 30,7 kg/ml), conduit à un surcoût inutile et aberrant de $(42,2 - 30,7) / 30,7 = 37 \%$.

Il faut donc éviter ces "recettes faciles" du règlement, qui pourtant en est truffé.

6.3. CALCUL DES PORTIQUES AVEC TRAVERSES À ÂME PLEINE

6.3.1. CONCEPTION TECHNOLOGIQUE

Les portiques, qui constituent l'ossature principale des bâtiments, sont composés de fermes (ou traverses), qui supportent les pannes, et de poteaux, qui supportent les fermes.

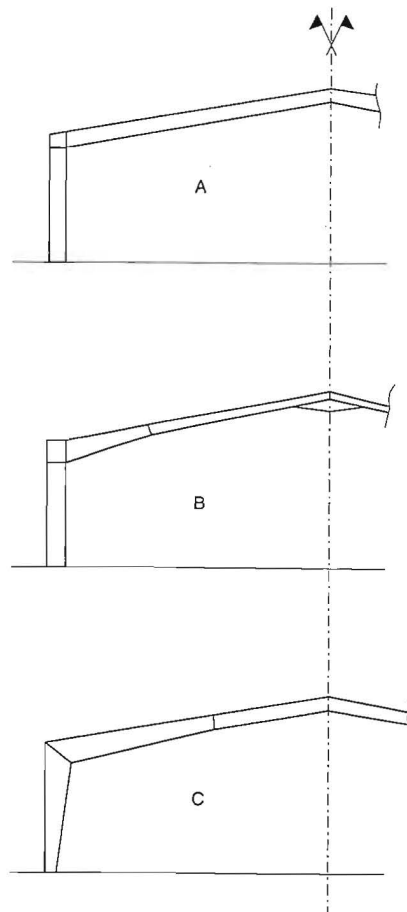
Leur conception technologique est variable, en fonction notamment :

- de leur portée,
- du schéma statique retenu pour la structure (qui dépend de la nature du sol, de l'existence ou non de ponts roulants, de la nature des équipements secondaires, etc.),

- des pratiques ou des systèmes de fabrication des constructeurs.

Les portiques à âme pleine peuvent être constitués :

- soit de profils à inertie constante, généralement des poutrelles IPE (figure A),
- soit comporter, en sus, des renforts au niveau des moments maximaux : jarrets aux appuis sur poteaux et clés de faîtage en milieu de travée (figure B),
- soit de profils à inertie variable, reconstitués soudés, PRS (figure C).



- Figure 148 -

Les profils à inertie constante, avec renforts dans les zones les plus sollicitées, sont les plus couramment utilisés. Cependant, pour les grandes portées, les PRS à inertie variable sont préférables, car ils permettent d'ajuster les sections aux sollicitations, alors que les laminés normalisés n'autorisent pas cette précision, du fait de la discontinuité des sections normalisées et de leur épaisseur d'âme généralement surabondante, qui grève le poids, donc le coût.

En comparaison des pièces à treillis, les portiques à âme pleine ont les avantages :

- d'être moins onéreux (sauf pour de très grandes portées),
- d'être moins encombrants (transport et manutention facilités, volume intérieur de bâtiment moindre, donc économie de chauffage, etc.),
- d'être plus esthétiques,
- d'être plus simples (assemblages simples par platines et boulons HR, entretien et peinture moindres, etc.).

SCHÉMAS STATIQUES

Les principaux schémas statiques peuvent être regroupés en deux catégories :

- pieds de poteaux articulés
- pieds de poteaux encastrés.

Ils sont récapitulés dans le tableau ci-après. Il faut bien savoir que plus les structures sont de degré d'hyperstaticité élevé, plus elles sont stables, rigides et indéformables, mais plus leur coût est élevé (poids d'acier supérieur et temps de main-d'œuvre supérieur, tant en fabrication qu'au montage). On peut donc se contenter de structures isostatiques (A3 et E1), sauf dans les cas où des exigences particulières imposent des structures rigides, ne tolérant que de très faibles déformations (ponts roulants, façades vitrées, problèmes de vibration...).

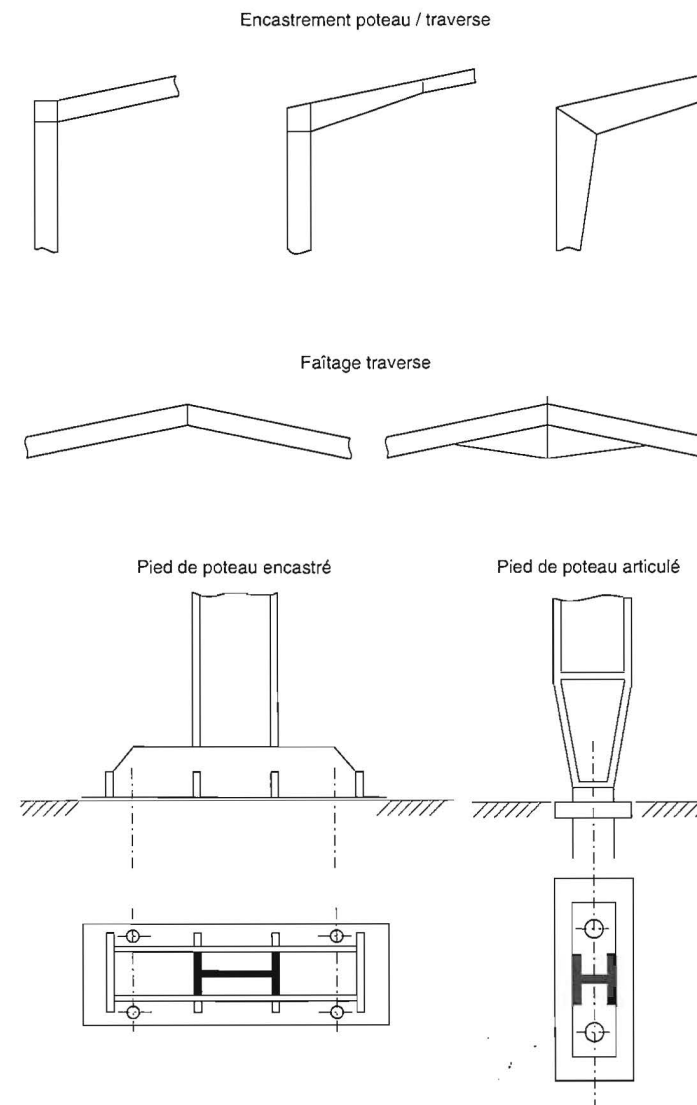
Le schéma A4 reste le plus utilisé de tous.

Schémas statiques des portiques

	Schémas	Degrés de stabilité (croissants des indices 1 à 4)
Pieds de poteaux articulés		Hypostaticité de degré 2 Instabilité
		Hypostaticité de degré 1
		Isostaticité
Pieds de poteaux encastrés		Hyperstaticité de degré 1
		Hyperstaticité de degré 2
		Hyperstaticité de degré 3

- Tableau 149 -

Détails de liaisons : poteaux et traverses



- Figure 150 -

6.3.2 CALCUL DES SOLLICITATIONS

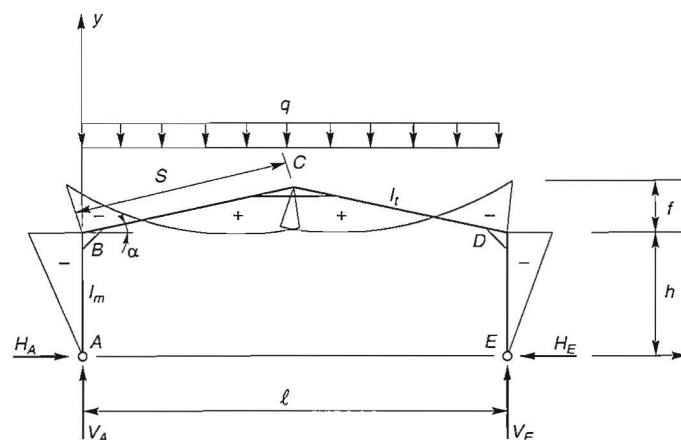
La détermination des sollicitations globales affectant les portiques exige un calcul par étapes de toutes les sollicitations élémentaires, engendrées par les diverses actions : charges permanentes, charges d'exploitation, neige, vent sur longpan, vent sur pignon, vent au soulèvement... Il s'agira ensuite de repérer les combinaisons d'actions les plus défavorables, pour déterminer les sections des profils des pièces.

Nous allons effectuer le calcul détaillé d'une sollicitation élémentaire : sollicitations sous charges verticales (charges permanentes ou neige). Les autres sollicitations étant déterminées par la même méthode, nous n'en effectuerons pas les calculs.

Nous donnerons les résultats finaux regroupés dans un tableau, sous forme de formulaire.

CALCUL DES SOLLICITATIONS SOUS CHARGES VERTICALES (CHARGES PERMANENTES OU NEIGE)

Soit q la charge linéique sur la traverse. Les moments et réactions d'appui verticales et horizontales sont représentés sur la figure ci-dessous.



- Figure 151 -

Coefficient de rigidité de l'encastrement en B et D :

$$k = \frac{I_t}{S I_m} \quad \varphi = \frac{f}{h} \cos \alpha = \frac{\ell}{2S} \sin \alpha = \frac{f}{S}$$

Nous allons exprimer le déplacement horizontal Δ de la structure, engendré par l'effort horizontal H_A , selon le théorème de Castigliano, et écrire qu'il est nul, du fait de la symétrie de la structure et des charges. Soit :

$$\Delta = \int_{ABCDE} \frac{M}{EI} \frac{dM}{dH} ds = 0$$

Déplacement Δ_1 sur le tronçon AB :

En un point du poteau AB, d'ordonnée y , le moment vaut : $M = H \cdot y$, soit :

$$\frac{dM}{dH} = y \quad \text{et} \quad \Delta_1 = \int_0^h \frac{Hy}{EI_m} \cdot y \cdot dy$$

$$\Delta_1 = \frac{1}{EI_m} \int_0^h Hy^2 dy = \frac{1}{EI_m} \cdot \frac{Hh^3}{3}$$

Déplacement Δ_2 sur le tronçon BC :

En un point de la traverse BC, situé à une abscisse x , le moment vaut :

$$M = H(h + x \sin \alpha) + q \frac{x^2 \cos^2 \alpha}{2} - Vx \cos \alpha$$

$\frac{dM}{dH} = h + x \sin \alpha$ et Δ_2 s'écrit alors :

$$\Delta_2 = \frac{1}{EI_t} \int_0^S \left[H(h + x \sin \alpha) + q \frac{x^2 \cos^2 \alpha}{2} - Vx \cos \alpha \right] (h + x \sin \alpha) dx$$

qui s'écrit encore, tous calculs faits, et en posant $\sin \alpha = f/S$ et $\cos \alpha = \ell/(2S)$:

$$\Delta_2 = \frac{1}{EI_t} \left[H \left(h^2 S + \frac{f^2 S}{3} + hfS \right) - q \left(\frac{5}{96} \ell^2 fS + \frac{1}{12} h \ell^2 S \right) \right]$$

Déplacement total Δ

En écrivant que $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = 0$, on en tire :

$$H = \frac{q \ell^2 S}{32 I_t} \frac{5f + 8h}{\frac{h^3}{I_m} + \frac{h^2 S}{I_t} \left(3 + \frac{f^2}{h^2} + 3 \frac{f}{h} \right)}$$

qui se réduit à l'expression suivante, en introduisant le coefficient de rigidité de l'encastrement K :

$$H = \frac{q \ell^2}{32} \frac{8h + 5f}{h^2 (k + 3) + f(3h + f)}$$

D'où l'on tire :

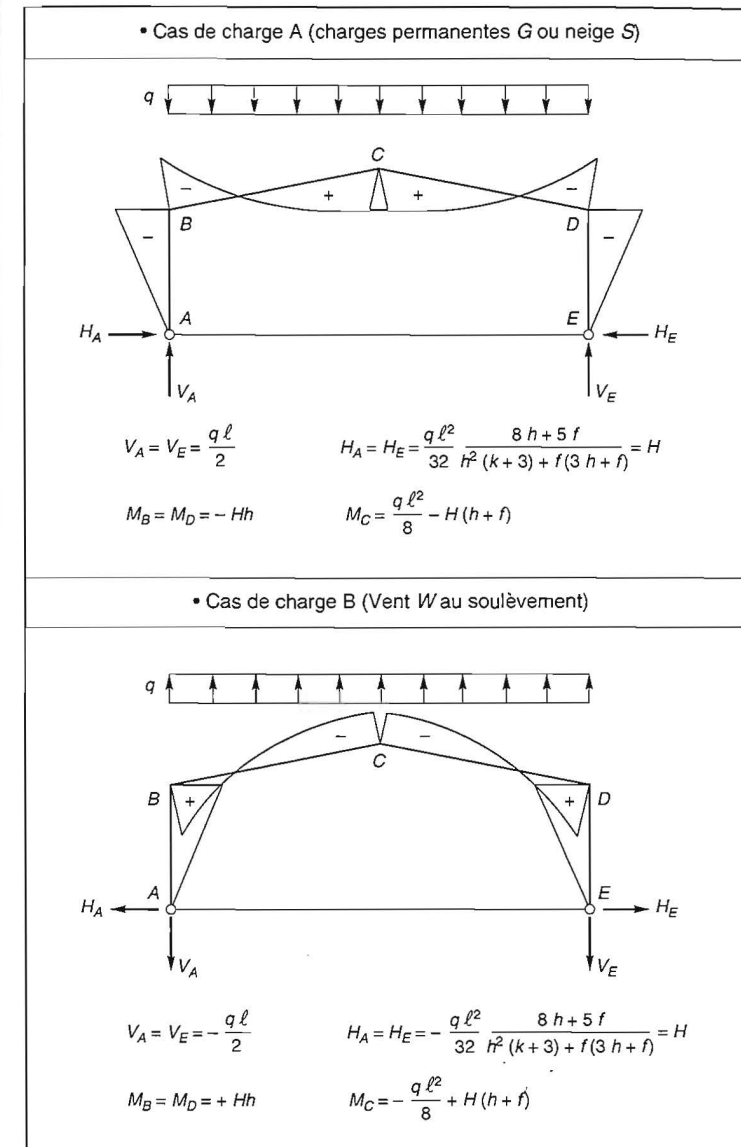
$$M_B = M_D = -Hh \quad H_A = H_E = H$$

$$M_C = \frac{q \ell^2}{8} - H(h + f) \quad V_A = V_E = \frac{q \ell}{2}$$

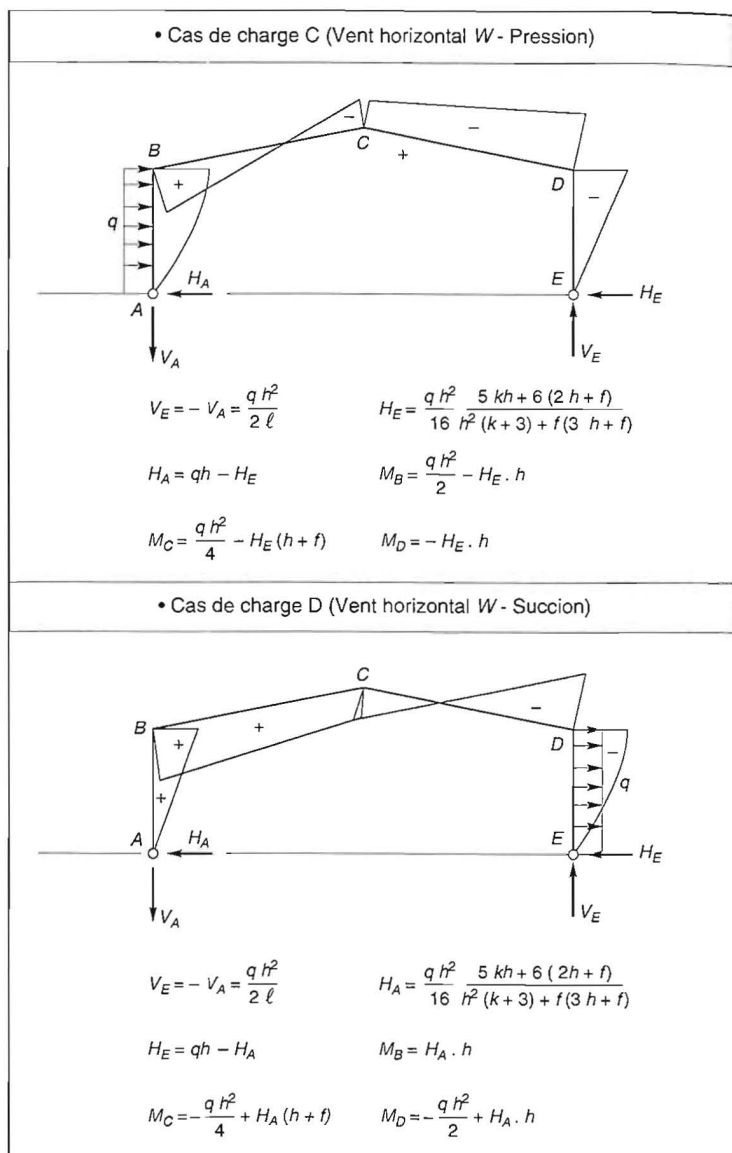
AUTRES SOLLICITATIONS

Une même démarche de calculs conduit à la détermination des autres sollicitations élémentaires.

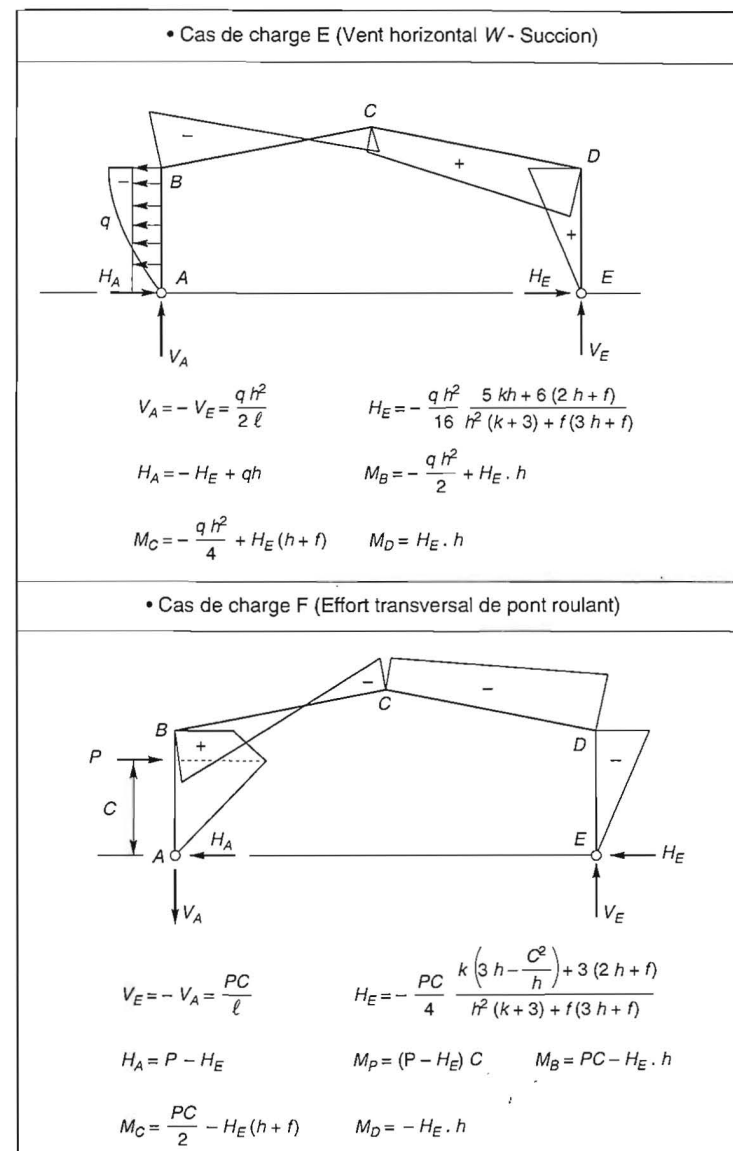
Les diagrammes qui suivent, représentent les principaux cas de figure.



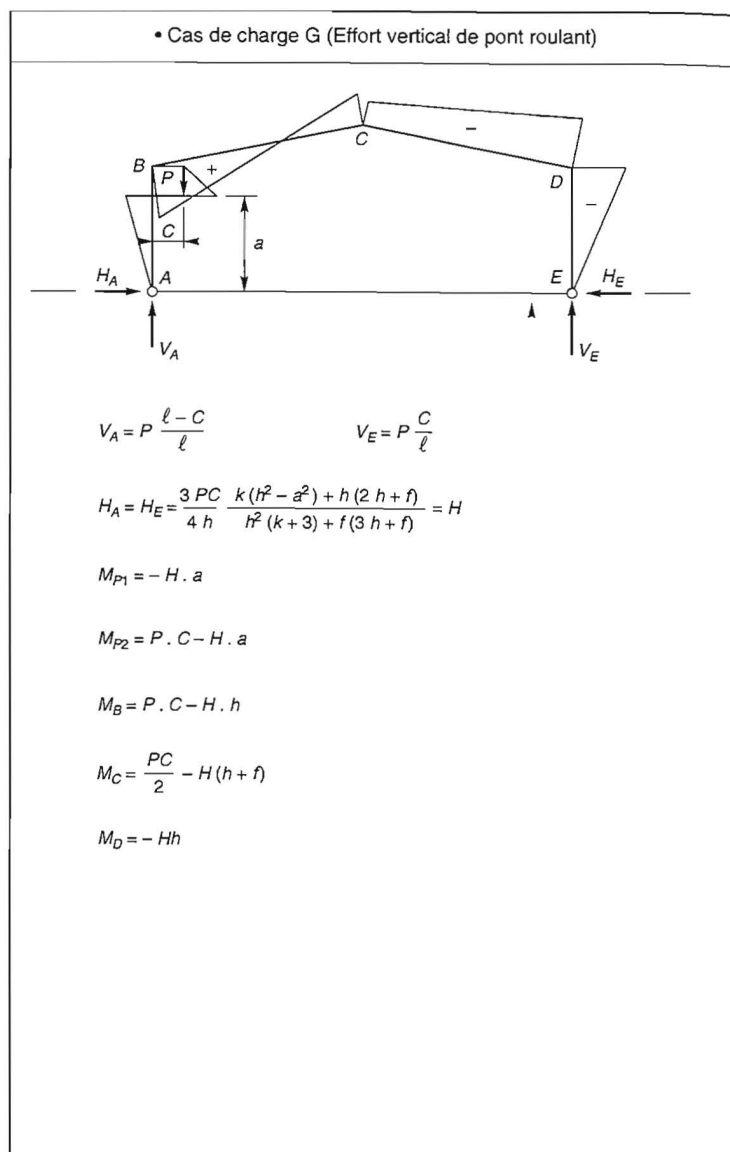
- Figure 152 -



- Figure 153 -



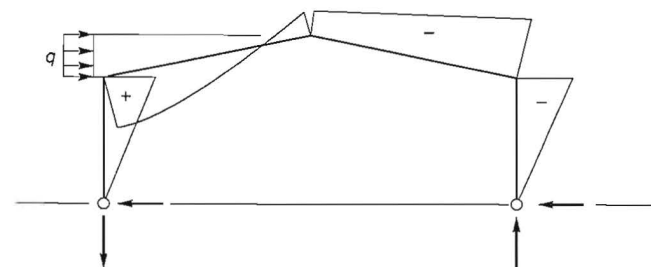
- Figure 154 -



- Figure 155 -

Notas sur approximations de calculs

a) efforts du vent sur les versants



- Figure 156 -

Les sollicitations engendrées par les efforts du vent sur les versants sont très faibles en comparaison des sollicitations dues au vent sur les façades (de l'ordre de 1 %). Elles sont donc négligées dans les calculs.

b) efforts du vent au soulèvement



- Figure 157 -

Les efforts dus au vent ascensionnel agissent perpendiculairement aux versants de la toiture (figure A). Par souci de simplification des calculs, on admet que ces efforts sont dirigés verticalement (figure B) ce qui conduit à une erreur négligeable (< 2 %).

c) efforts transmis par les pannes

Les efforts transmis par les pannes aux traverses, sont des efforts ponctuels, qui sont en fait, dans les calculs des traverses, convertis en charges uniformément réparties. L'erreur résultant de cette simplification est, là encore, négligeable (de l'ordre de 0,5 %), et conduit à surestimer légèrement les moments d'encastrement en B et D.

d) rigidité de l'encastrement en B et D

Pour conduire les calculs des portiques manuellement, on est amené à considérer que les inerties du poteau et de la traverse sont identiques : $I_m = I_t$. Le coefficient de rigidité de l'encastrement $k = (I_m / S) \cdot (h / m)$ se réduit donc à $k = h / S$.

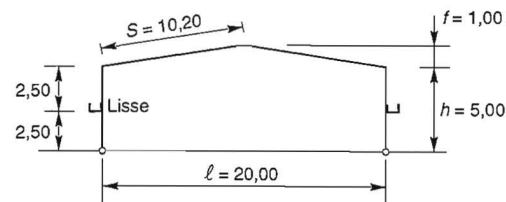
Cette simplification, qui se justifie par la présence de jarrets aux encastrement, conduit à majorer légèrement le moment en *C* et à minorer les moments en *B* et *D*. Elle se compense sensiblement avec la simplification précédente, effectuée sur le calcul des pannes, qui agit en sens contraire.

6.3.3. DIMENSIONNEMENT DE LA TRAVERSE EN RÉSISTANCE À LA FLEXION

À partir des formules et des diagrammes précédents, on calcule les moments résultants correspondant aux combinaisons d'actions les plus défavorables et on en déduit les inerties minimales des profils utilisés en traverses. Appliquons les calculs sur un exemple :

Soit un bâtiment fermé, constitué de portiques articulés en pied dans le plan des portiques et encastrés en pied dans le plan des longpans. Les portiques, espacés tous les 6 mètres, sont soumis aux actions suivantes :

- charges permanentes (complexes de couverture, pannes IPE 180, divers) : $G = 25 \text{ daN/m}^2$
- neige normale (région 2) : $S_n = 45 \text{ daN/m}^2$
- vent normal (région 2) $W_n = 70 \text{ daN/m}^2$



- Figure 158 -

Le calcul des coefficients C_e et C_i , conformément aux règles "Neige et Vent", a conduit aux résultats suivants :

- actions intérieures :
dépression intérieure : $C_i = -0,20$
surpression intérieure : $C_i = +0,40$
- actions extérieures :
façade au vent : $C_e = +0,80$
façade sous le vent : $C_e = -0,40$
toiture : $C_e = -0,40$

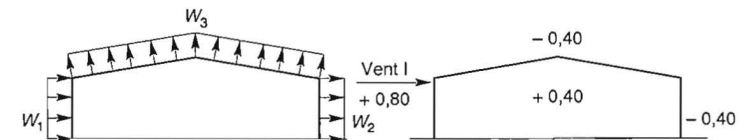
Déterminer la section des traverses.

CALCUL DES ACTIONS

- charges permanentes (poids propre de la traverse estimé à 10 daN/m^2) :
 $G = (25 + 10) \times 6 = 210 \text{ daN/ml}$
- neige normale :
 $S_n = 45 \times 6 = 270 \text{ daN/ml}$
- vent normal :
 $W_n = 70 (C_e - C_i) \delta S$

Trois cas de vent sont à envisager :

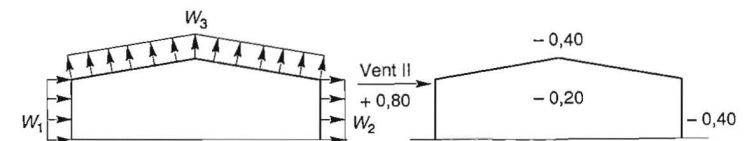
Vent I (vent sur longpan avec surpression intérieure)



- Figure 159 -

- surface maître-couple au vent : $S = 5 \times 6 \text{ m}^2$, $\delta = 0,86$
- poteau au vent $W_{n1} = 70 (0,80 - 0,40) \times 0,86 \times 6 = 145 \text{ daN/ml}$
- poteau sous le vent : $W_{n2} = 70 (-0,40 - 0,40) \times 0,86 \times 6 = 289 \text{ daN/ml}$
- traverse : $W_{n3} = 70 (-0,40 - 0,40) \times 0,86 \times 6 = 289 \text{ daN/ml}$

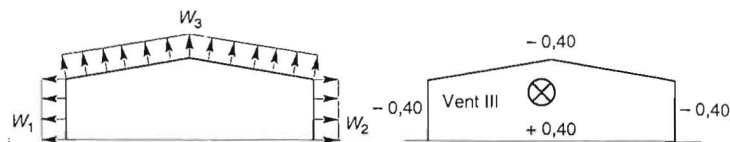
Vent II (vent sur longpan avec dépression intérieure)



- Figure 160 -

- poteau au vent : $W_{n1} = 70 (0,80 + 0,20) \times 0,86 \times 6 = 361 \text{ daN/ml}$
- poteau sous le vent : $W_{n2} = 70 (-0,40 + 0,20) \times 0,86 \times 6 = 72 \text{ daN/ml}$
- traverse : $W_{n3} = 70 (-0,40 + 0,20) \times 0,86 \times 6 = 72 \text{ daN/ml}$

Vent III (vent sur pignon avec surpression intérieure)



- Figure 161 -

- surface maître-couple au vent : $S = 20,40 \times 5 \text{ m}^2$, $\delta = 0,78$
- poteaux : $W_{n1} = W_{n2} = 70 (-0,40 - 0,40) \times 0,78 \times 6 = 262 \text{ daN/ml}$
- traverse : $W_{n3} = 70 (-0,40 - 0,40) \times 0,78 \times 6 = 262 \text{ daN/ml}$

CALCUL DES SOLLICITATIONS :

Il s'agit de déterminer :

- les réactions d'appuis : H_A, H_E, V_A, V_E .
- les moments maximaux : M_B, M_C, M_D .

Ces sollicitations sont déterminées à partir des actions, que nous venons de calculer, et que nous portons dans les formules appropriées aux différents cas de charge (cf. tableaux précédents).

Le tableau qui suit regroupe l'ensemble de ces sollicitations.

Actions	Cas de charge	q (daN/ml)	Réactions d'appuis (daN)				Moments (daNm)			
			H_A	H_E	V_A	V_E	M_B	M_C	M_D	
Ch. perm. G	A	210	+ 1 141	+ 1 141	+ 2 100	+ 2 100	- 5 705	+ 3 654	- 5 705	
Neige Sn	A	210	+ 1 467	+ 1 467	+ 2 700	+ 2 700	- 7 335	+ 4 700	- 7 335	
Vent I	W_{n1}	C	145	- 553	+ 172	- 91	+ 91	+ 952	- 126	- 860
	W_{n2}	D	289	- 1 103	+ 343	- 181	+ 181	+ 1 715	+ 252	- 1 897
	W_{n3}	B	289	- 1 570	- 1 570	- 2 890	- 2 890	+ 7 850	- 5 030	+ 7 850
	Total		- 3 226	- 1 055	- 3 162	- 2 628	+ 10 517	- 4 904	+ 5 093	
Vent II	W_{n1}	C	361	- 1 377	+ 428	- 226	+ 226	+ 2 372	- 312	- 2 140
	W_{n2}	D	72	- 275	+ 85	- 45	+ 45	+ 425	+ 60	- 475
	W_{n3}	B	72	- 391	- 391	- 720	- 720	+ 1 955	- 1 254	+ 1 955
	Total		- 2 043	+ 122	- 991	- 449	+ 4 752	- 1 506	+ 660	
Vent III	W_{n1}	E	262	+ 310	- 1 000	+ 164	- 164	- 1 725	+ 222	+ 1 550
	W_{n2}	D	262	- 1 000	+ 310	- 164	+ 164	- 1 550	+ 222	- 1 725
	W_{n3}	B	262	- 1 423	- 1 423	- 2 620	- 2 620	+ 7 115	- 4 562	+ 7 115
	Total		- 2 113	- 2 113	- 2 620	- 2 620	+ 6 940	- 4 118	+ 6 940	

Combinaisons des sollicitations

Les sollicitations résultantes sont obtenues par la plus défavorable des combinaisons suivantes :

$$G + S_p \quad \text{avec} \quad S_p = 1,67 S_n$$

$$1,35\ G + 1,50\ S_n$$

$$G - W_\rho \quad \text{avec} \quad W_\rho = 1,75 W_n$$

Les valeurs de W_n étant également les plus défavorables parmi celles calculées dans le tableau précédent. Soit :

	Réactions d'appuis (daN)				Moments (daNm)		
	H_A	H_E	V_A	V_E	M_B	M_C	M_D
$G + S_e$	+ 3 591	+ 3 591	+ 6 609	+ 6 609	- 17 955	+ 11 503	- 17 955
$\frac{4}{3} G + \frac{3}{2} S_n$	+ 3 717	+ 3 717	+ 6 843	+ 6 843	- 18 591	+ 11 910	- 18 591
$G - W_e$	- 4 505	- 2 557	- 3 434	- 2 499	+ 12 700	- 4 928	+ 6 444

Les moments maximaux sollicitant la traverse sont :

- au faîtage : $M_C = + 11\,910 \text{ daN/m}$
- aux appuis : $M_B = M_D = - 18\,591 \text{ daN/m}$

Les modules nécessaires sont, sachant qu'il faut vérifier en flexion :

$$M \leq W_{del} \cdot f_v / \gamma_{MO}$$

soit :

$$W_{D\ell} \geq M / f_v, \text{ car } \gamma_{M0} = 1$$

- au faîtage : $W_{p\ell} \geq 507 \text{ cm}^3 \rightarrow \text{IPE 300}$
- aux appuis : $W_{p\ell} \geq 791 \text{ cm}^3 \rightarrow \text{IPE 330}$

NOTA

Ces sections restent provisoires, tant que les vérifications du déversement et des conditions de flèche de la traverse, ainsi que de l'encastrement en tête de poteau, ne sont pas effectuées.

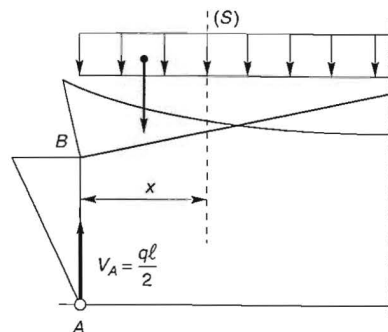
6.3.4. VÉRIFICATION DE LA FLÈCHE DE LA TRAVERSE

Le calcul de la flèche est réalisé au faîtage de la traverse, en C, sous l'action combinée non pondérée : $G + S_n$.

Reprenons l'exemple de calculs précédent.

– le moment dans une section (S) vaut :

$$M_x = M_B + (q \cdot \ell / 2) \cdot x - (q / 2) \cdot x^2$$



– Figure 162 –

– en intégrant l'équation de la déformée :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

on obtient :

$$\frac{dy}{dx} = \int_0^{\frac{\ell}{2}} -\frac{M}{EI} dx = -\frac{1}{EI} \int_0^{\frac{\ell}{2}} \left(M_B + \frac{q\ell}{2}x - \frac{q}{2}x^2 \right) dx$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{EI} \left[M_B \cdot x + \frac{q\ell}{4}x^2 - \frac{q}{6}x^3 + K_1 \right]_0^{\frac{\ell}{2}}$$

$$\text{Pour } x = \frac{\ell}{2}, \frac{dy}{dx} = 0 \text{ et } K_1 = -\left(M_B \frac{\ell}{2} + \frac{q\ell^3}{24} \right)$$

$$\text{D'où } y = -\frac{1}{EI} \int_0^{\frac{\ell}{2}} \left(M_B \cdot x + \frac{q\ell}{4}x^2 - \frac{qx^3}{6} - M_B \frac{\ell}{2} - \frac{q\ell^3}{24} \right) dx$$

$$y = -\frac{1}{EI} \left[M_B \frac{x^2}{2} + \frac{q\ell x^3}{12} - \frac{qx^4}{24} - M_B \frac{\ell}{2}x - \frac{q\ell^3}{24}x + K_2 \right]_0^{\frac{\ell}{2}}$$

Pour $x = 0, y = 0$, d'où $K_2 = 0$.

Soit :

$$y_{\max} = \frac{1}{384 EI} (5 q \ell^4 - 48 M_B \cdot \ell^2)$$

$$E = 2,1 \times 10^6 \text{ daN/cm}^2$$

$$I = 8\,356 \text{ cm}^4 \text{ (IPE 300 au faîtage)}$$

$$q = G + S_n = 480 \text{ daN/ml}$$

$$\ell = 20,40 \text{ m}$$

$$M_B = 13\,040 \text{ daNm}$$

D'où l'on tire :

$$y_{\max} = 15 \text{ cm} > 1/200$$

La flèche est excessive, donc inacceptable. Il faut donc adopter un profil IPE supérieur. Soit un IPE 330. Dans ce cas, la flèche maximale sera :

$$y_{\max} = 15 \times 8\,356 / 11\,770 = 10,6 \text{ cm} = 1/192 \approx 1/200$$

Théoriquement, la flèche est juste acceptable. Mais en réalité, la flèche sera moindre, du fait du renforcement de l'encastrement par jarret, dont nous n'avons pas tenu compte.

6.3.5. VÉRIFICATION DE LA TRAVERSE AU DÉVERSEMENT

La semelle supérieure de la traverse ne peut pas déverser, sous moment positif, car elle est immobilisée latéralement, bloquée par les pannes.

En revanche, la semelle inférieure peut déverser, sous moment négatif dû au vent (soulèvement de la toiture);

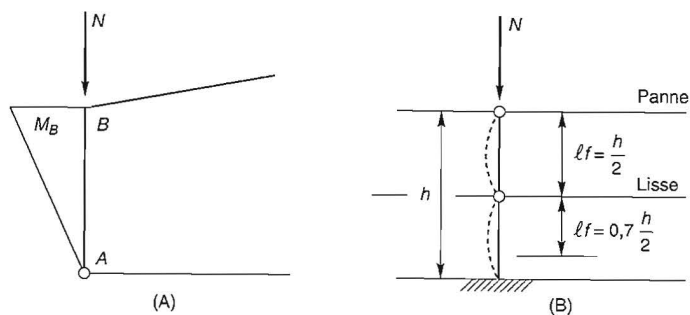
Il faut s'assurer de la stabilité de la traverse au déversement, en menant des calculs conformément à l'annexe F de l'Eurocode 3.

6.3.6. DIMENSIONNEMENT DES POTEAUX AU FLAMBEMENT

Les poteaux des portiques sont sollicités :

- à la flexion (sous M_B) et à la compression simple (sous N), dans le plan des portiques (figure A).
- à la compression simple (sous N), dans le plan des longpans (figure B).

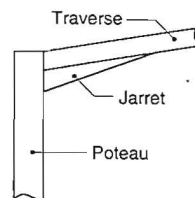
Il y a donc lieu de vérifier les poteaux, dans le premier cas au flambement-flexion, et dans le second cas au flambement simple selon l'annexe E de l'Eurocode 3 (ce qui conduira à des poteaux IPE 400).



- Figure 163 -

6.3.7. DIMENSIONNEMENT DES RENFORTS DE TRAVERSE

A. JARRETS



- Figure 164 -

La section retenue pour les traverses est généralement déterminée par le moment au faîtage M_C . Cette section est insuffisante pour reprendre le moment M_B à l'appui ($M_B > M_C$). Il convient donc de renforcer la traverse au niveau de l'encastrement avec les poteaux, au moyen de jarrets.

Longueur du jarret

La longueur du jarret se détermine en considérant qu'au point F, amorce du jarret, la contrainte maximale dans la traverse est égale à f_y .

Dans notre exemple de calculs :

$$M_{el} = 17\,112 \text{ daNm (IPE 330)}$$

$$M = -18\,591 \text{ daNm}$$

$$M_C = 11\,910 \text{ daNm}$$

La courbe des moments est parabolique, de la forme $y = ax^2$. Soit :

$$\text{-- pour } x = S = 10,20 \text{ m, } y = M_C + M_B = 30\,501 \text{ daNm}$$

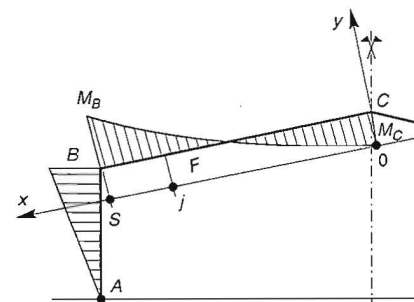
$$a = y / x^2 = 30\,501 / 100 = 305$$

$$\text{-- pour } x = S - j, y = M_F = 17\,112 \text{ daNm.}$$

$$\text{Soit : } 17\,112 = 305 (10,20 - j)^2$$

$$\text{ou } j^2 - 20,4j + 48 = 0$$

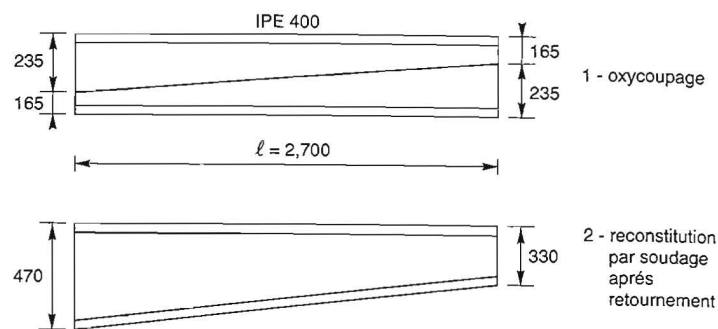
équation qui a pour solution $j = 2,70 \text{ m}$.



- Figure 165 -

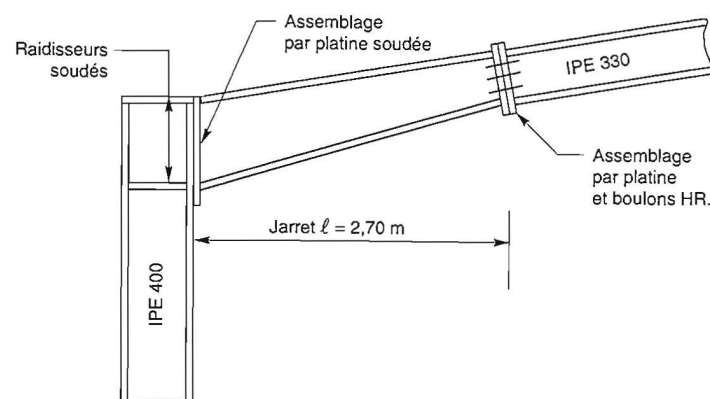
Section du jarret

Le jarret est réalisé par oxycoupage en biseau d'une poutrelle IPE 400, et soudage des deux tronçons après retournement.



- Figure 166 -

Assemblage final traverse/poteau



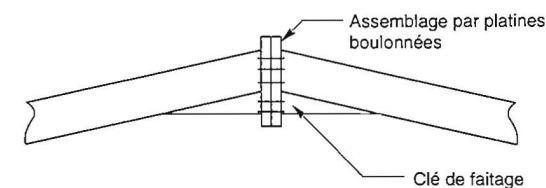
- Figure 167 -

B. CLÉS DE FAÎTAGE

Les clés de faitage sont adoptées lorsqu'un profil de poutrelle pressenti pour les traverses s'avère insuffisant pour reprendre le moment M_C .

Plutôt que d'adopter le profil immédiatement supérieur, il est plus économique de conserver le profil initialement envisagé et de le renforcer localement, dans la zone médiane, par adjonction d'une clé de faitage, qui apportera le complément d'inertie nécessaire.

Cette clé présente, en outre, l'avantage de raidir les platines et donc de soulager l'effort dans l'assemblage par boulons HR.

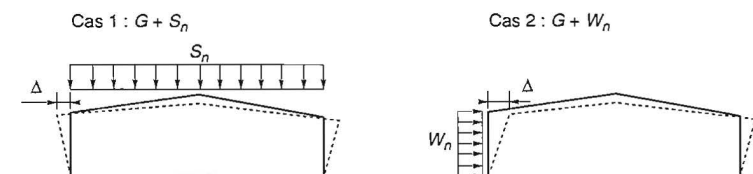


- Figure 168 -

6.3.8. VÉRIFICATION DES DÉPLACEMENTS EN TÊTE DE POTEAUX

De la même façon qu'il est nécessaire de vérifier les conditions de limitation de flèche pour les traverses, il est nécessaire de vérifier les déplacements en tête de poteaux, afin de se prémunir contre d'éventuels désordres dans les éléments secondaires (couvertures, étanchéités, bardages...).

Les déplacements en tête de poteaux sont à vérifier sous deux cas de charges possibles (et non pondérées) : $G + S_n$ et $G + W_n$.



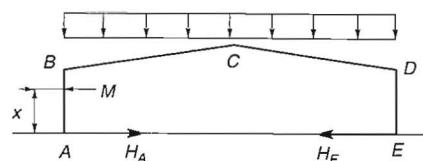
- Figure 169 -

Si la condition de flèche pour les traverses impose de vérifier que $f/l \leq 1/200$, pour les poteaux il convient généralement de vérifier que $\Delta/h \leq 1/300$.

1^{er} CAS DE CHARGES : $G + S_n$

En un point M d'un poteau, situé à une ordonnée x , le moment vaut :

$$M_x = H_A \cdot x$$

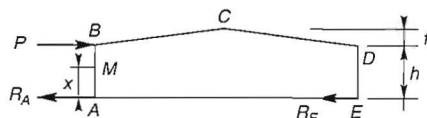


- Figure 170 -

Introduisons un effort fictif P , appliqué en B , horizontalement. Cet effort génère deux réactions R_A et R_E , en A et E .

Le moment en D , dû à l'effort P , vaut :

$$M_D = \frac{Ph}{4} \frac{h^2 (2k + 6) + 3hf}{h^2 (k + 2) + hf + (h + f)^2}$$



- Figure 171 -

Effectuons le calcul en élasticité. Nous avons déterminé, dans l'exemple d'application précédent, les profils suivants :

- section traverse : IPE 330 ($I_x = 11\,770 \text{ cm}^4$)
- section poteau : IPE 400 ($I_x = 23\,130 \text{ cm}^4$).

$$k = \frac{I_t}{I_m} \frac{h}{s} = \frac{11\,770}{23\,130} \frac{5,00}{10,20} = 0,25$$

Le calcul de M_D donne $M_D = 2,3 P$.

$$R_E = \frac{M_D}{h} = 0,46 P$$

$$R_A = P - R_E = 0,54 P$$

- Le moment en M vaut : $M_x = -0,54 P \cdot x$
- Le moment résultant, sous les deux cas de charges, vaut : $M_x = H_A \cdot x - 0,54 P \cdot x$
- L'énergie potentielle interne du poteau vaut :

$$W = \frac{1}{2EI} \int_0^h (H_A \cdot x - 0,54 P \cdot x)^2 \cdot dx$$

$$W = \frac{h^3}{6EI} (H_A^2 + 0,30 P^2 - 1,08 H_A \cdot P)$$

$$\frac{dW}{dP} (P \rightarrow 0) = \Delta = \frac{0,18 h^3 H_A}{EI_m}$$

Soit :

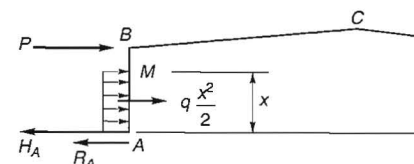
$$\Delta = \frac{0,18 \times 500^3 \times 2\,608}{2,1 \times 10^6 \times 23\,130} = 1,2 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta}{h} = \frac{1,2}{500} = \frac{1}{416} < \frac{1}{300}$$

2^e CAS DE CHARGES : $G + W_n$

Un raisonnement analogue au précédent permet d'écrire que (figure 172) :

$$M_x = -H_A x + q \frac{x^2}{2} - 0,54 P x$$



- Figure 172 -

En portant cette valeur de M_x dans l'équation donnant l'énergie potentielle du poteau, soit :

$$W = \frac{1}{2EI} \int_0^h M_x^2 \cdot dx$$

on obtient après résolution :

$$\Delta = \frac{0,54}{EI} \left(\frac{H_A \cdot h^3}{3} + \frac{qh^4}{8} \right)$$

avec :

$$H_A = 2\,085 \text{ daN (sous } W_n \text{ vent I + G)}$$

$$q = 145 \text{ daN/ml (sous } W_{n1} \text{ vent I)}$$

D'où l'on tire : $\Delta = 1,1 \text{ cm}$

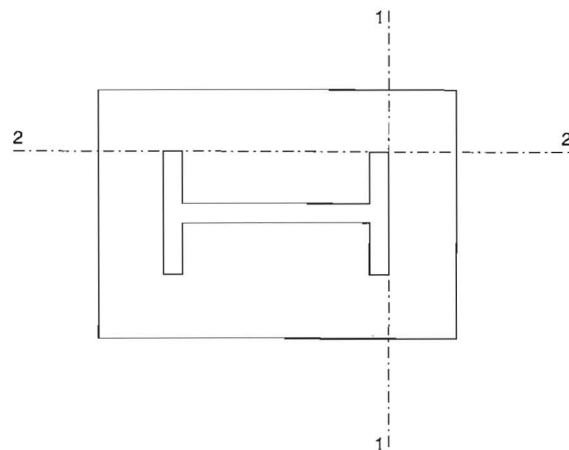
$$\frac{\Delta}{h} = \frac{1,1}{500} = \frac{1}{454} < \frac{1}{300}$$

NOTA

Dans le cas de ponts roulants, qui occasionnent un déplacement Δ' supplémentaire, l'utilisation des intégrales de Mohr permet de calculer le déplacement Δ global.

6.3.9. CALCUL DES PLATINES ET DES ANCRAGES EN PIED DE POTEAUX

On admet que les platines, soumises aux réactions des fondations, risquent de se plier suivant les lignes tangentes au contour des poteaux, telles que les lignes 1-1 et 2-2 de la figure suivante.



- Figure 173 -

Les portions de tôles situées à l'extérieur de ces lignes sont alors à calculer comme des poutres en porte-à-faux, et il faut vérifier que la section de tôle située au droit de la ligne de pliage est capable de résister au moment des réactions exercées par le massif des fondations entre cette section et le bord libre de la platine.

Les calculs vont consister à :

- déterminer la surface de la platine, en fonction de la contrainte admissible de compression du béton du massif de fondation.
- déterminer l'épaisseur de la platine, en fonction de la contrainte de flexion calculée au droit de chaque ligne de pliage.
- déterminer les boulons d'ancrage, en fonction des efforts de traction engendrés soit par un moment en pied (encastrement), soit par un soulèvement au vent.

A. PIED DE POTEAU ARTICULÉ

Surface de la platine

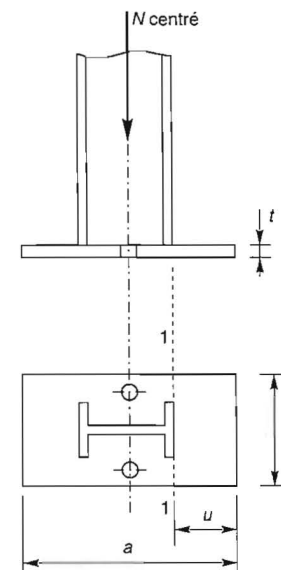
Elle est déterminée par la condition :

$$\sigma = N / a \cdot b \leq f_{bu}$$

Épaisseur de la platine

L'effort à droite de la ligne 1-1 est :

$$F = \sigma \cdot b \cdot u$$



- Figure 174 -

Le moment correspondant a pour valeur :

$$M = F \frac{u}{2} = \sigma b \frac{u^2}{2}$$

Le moment résistant élastique de la platine est :

$$M_{el} = W_{el} \cdot f_y \text{ avec } W_{el} = \frac{b t^2}{6}$$

Il faut donc vérifier que :

$$\sigma b \frac{u^2}{2} \leq f_y \cdot \frac{b t^2}{6}, \text{ soit}$$

$$t \geq u \sqrt{\frac{3 \sigma}{f_y}}$$

Inversement, si t est fixé a priori, le problème sera de vérifier la contrainte de flexion σ au droit de la ligne de pliage,

Soit :

$$\sigma \leq \frac{f_y}{3} \left(\frac{t}{u} \right)^2$$

Goujons d'ancrage

L'effort admissible par scellement, dans le cas de goujon avec crosse, fixé par les règles CM 66 (article 5, 123) vaut :

$$N_a = 0,1 \left(1 + \frac{7 g_c}{1\,000} \right) \frac{\phi}{\left(1 + \frac{\phi}{d_1} \right)^2} (\ell_1 + 6,4 r + 3,5 \ell_2)$$

g_c étant le dosage en ciment du béton (Kg/m³) et les valeurs courantes étant :

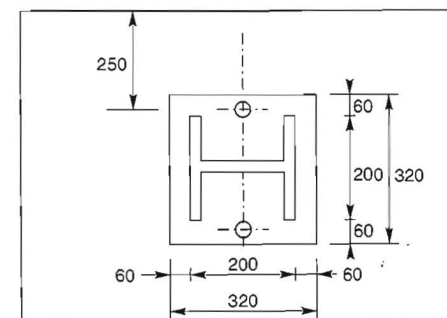
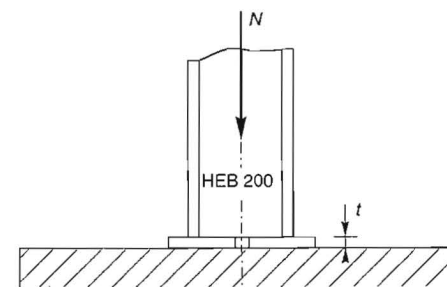
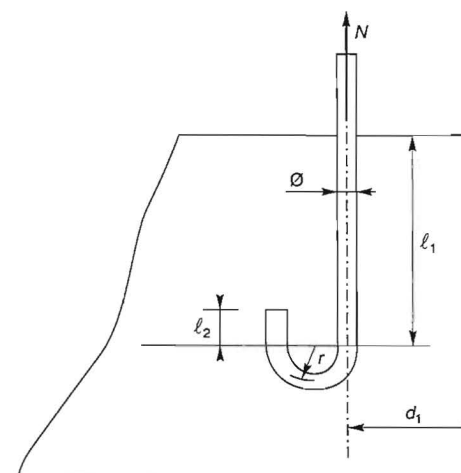
$$r = 3 \phi \quad \ell_2 = 2 \phi \quad \ell_1 = 20 \phi \text{ (cf. figure 175-A ci contre).}$$

Exemple d'application

Soit un poteau HEB 200, articulé en pied (figure 175-B), soumis aux sollicitations suivantes :

- eEffort de compression (sous $G + S_e$) : $N = 44\,000$ daN ;
- effort de soulèvement au vent (sous $G + W_e$) : $V = 12\,000$ daN ;
- béton dosé à 350 kg/m³ de ciment ($\bar{\sigma}_b = 80$ daN / cm²) ;
- déterminer l'épaisseur de la platine et le diamètre des goujons ;
- vérification de la contrainte de compression sur la semelle de fondation :

$$\sigma = \frac{N}{ab} = \frac{44 \times 10^4}{32^2} = 4,3 \text{ MPa} < 8 \text{ MPa} = f_{ub}$$



- Figures 175-A et B -

– Épaisseur de la platine :

$$t \geq 60 \sqrt{\frac{3 \times 43}{2 \times 400}} = 13,5 \text{ soit } t = 15 \text{ mm}$$

– Diamètre des goujons :

Effort de traction par goujon :

$$\frac{V}{2} = 6\,000 \text{ daN}$$

Effort admissible par goujon :

$$N_a = 0,1 \left(1 + \frac{7 \times 350}{1\,000} \right) \frac{\phi}{\left(1 + \frac{\phi}{250} \right)^2} (20\phi + 19,2\phi + 7\phi) \geq \frac{V}{2}$$

D'où l'on tire $\phi^2 - 3\phi - 375 \geq 0$.

Soit $\phi \geq 21 \text{ mm}$

Nous adopterons $\phi = 22 \text{ mm}$

B. PIED DE POTEAU ENCASTRÉ

Dans ce cas, le poteau est sollicité en pied par un effort normal centré N et un moment de flexion M , ce qui est équivalent à un effort vertical N excentré de

$$e = \frac{M}{N}$$

Les boulons situés sur le côté opposé à l'effort N sont soumis à un effort de traction et le béton situé du côté de l'effort N est soumis à un effort de compression avec répartition triangulaire (figure 176).

– Effort de traction sollicitant les boulons de gauche : $T = A \cdot \sigma_a$

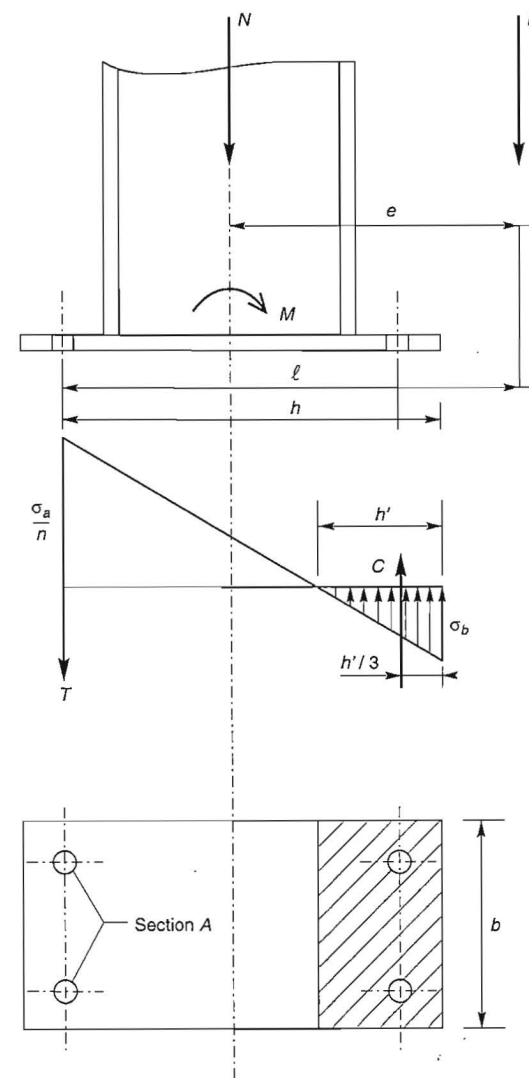
– Effort de compression sollicitant le béton sous la platine : $C = \frac{1}{2} b h' \sigma_b$

– Si n est le coefficient d'équivalence acier-béton $\left(n = \frac{E_a}{E_b} \right)$, on a :

$$\sigma_a = n \sigma_b \frac{h - h'}{h'}$$

Écrivons l'équilibre des forces : $N + T = C$ et celui des moments :

$$C \left(h - \frac{h'}{3} \right) = N \ell = (C - T) \ell$$



– Figure 176 –

La combinaison des trois relations précédentes conduit à l'équation suivante, en faisant $n = 15$:

$$h'^3 + 3(\ell - h)h'^2 + 90 \frac{\ell}{A} h' - 90 \frac{\ell}{b} h = 0$$

La résolution permet d'obtenir h' , et par la suite de vérifier σ_a et σ_b :

$$\sigma_a = \frac{N}{A} \frac{\ell - h + \frac{h'}{3}}{h - \frac{h'}{3}} \leq f_y$$

$$\sigma_b = \frac{2 N \ell}{b h \left(h - \frac{h'}{3} \right)} \leq f_{ub}$$

Exemple d'application

Soit un poteau HEB 200, encasté en pied, soumis à un effort normal pondéré centré de 25 000 daN et à un moment pondéré de 7 500 daNm (figure 177).

– Diamètre des goujons :

$\phi = 24$ mm (acier S.235)

– Béton : $f_{ub} = 8$ MPa

Vérifier les contraintes de traction dans les goujons et de compression sur le béton, et déterminer l'épaisseur de la platine (acier S.235).

Le moment de 7 500 daNm est équivalent à un effort N excentré de :

$$e = 7\,500 / 25\,000 = 30 \text{ cm}$$

$$D / 6 = 40 / 6 = 6,7 \text{ cm} < e$$

donc le centre de poussée se trouve hors du tiers central de la section, et la platine est soulevée à gauche (les boulons de gauche étant sollicités en traction).

Vérification de la contrainte de compression du béton

$$A = 3,53 \times 2 = 7,06 \text{ cm}^2$$

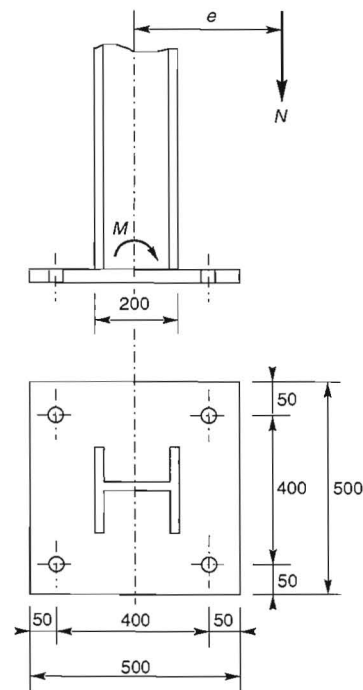
$$\ell = 50 \text{ cm}$$

$$h = 45 \text{ cm}$$

$$b = 50 \text{ cm}$$

L'équation du 3^e degré en h' s'écrit alors :

$$h'^3 + 3 \times 5 h'^2 + 90 \times 7,06 h' - 90 \times 7,06 \times h = 0$$



– Figure 177 –

et a pour solution $h' = 20,7$ cm.

La contrainte de compression sur le béton est alors :

$$\sigma_b = 2 \times 25\,000 \times 50 / [50 \times 20,7 \times (45 - 6,9)] = 6,4 \text{ daN} / \text{cm}^2 \leq f_{ub}$$

Vérification des goujons à la traction

$$\sigma_a = (25\,000 / 706) \cdot (500 - 450 + 69) / (450 - 69) = 11 \text{ daN} / \text{mm}^2 = 110 \text{ MPa}$$

Soit :

$$1,25 \sigma_a = 138 \text{ MPa} < f_y = 235 \text{ MPa}$$

Calcul de l'épaisseur de la platine :

– Vérification dans la section 1-1 :

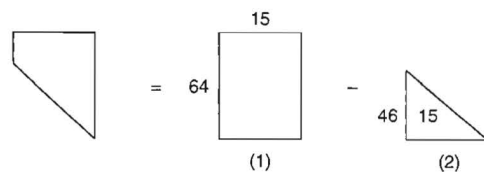
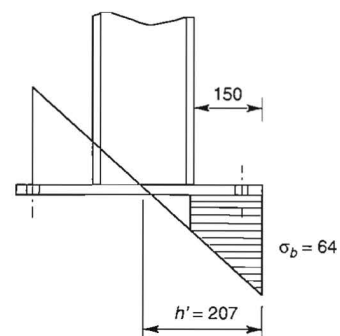
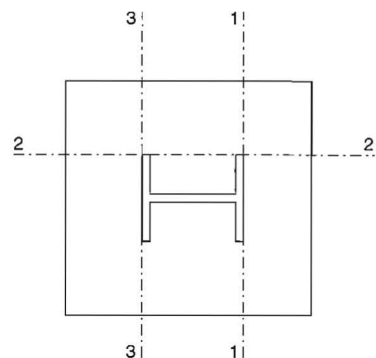
Le moment dans la section 1-1 est obtenu grâce au diagramme trapézoïdal des contraintes situé à droite de la section, que l'on peut décomposer en un diagramme rectangulaire (1) et un diagramme triangulaire (2).

Les moments correspondants, pour une bande de largeur unité ($= 1 \text{ cm}$) et d'épaisseur t , sont :

$$M_1 = 64 \times 15 \times 0,15 / 2 = 72 \text{ daNm}$$

$$M_2 = (46 \times 15 / 2) \cdot (0,15 / 3) = 17 \text{ daNm}$$

$$M = M_1 - M_2 = 55 \text{ daNm}$$



- Figure 178

Le module d'inertie de la platine pour $b = 1 \text{ cm}$ est : $I / V = t_2 / 6$

La contrainte de flexion dans la section 1-1 est :

$$M / W_{el} = 55 \times 6 / t_2 \leq f_y, \text{ d'où } t \geq 3,8 \text{ cm}$$

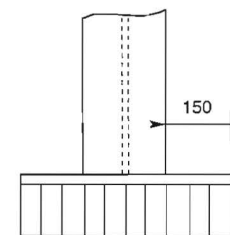
- Vérification dans la section 2-2 :

Le même raisonnement conduit au moment maximal :

$$M = 64 \times 15 \times 0,15 / 2 = 72 \text{ daNm}$$

d'où

$$72 \times 6 / t_2 \leq f_y, \text{ soit } t \geq 4,2 \text{ cm}$$



- Figure 179 -

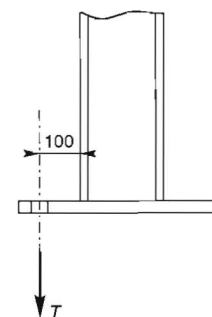
- Vérification dans la section 3-3 :

Du côté tendu, la platine est soumise à un moment $M = 0,10 T \text{ daNm}$.

$$T = A \cdot \sigma_a = 706 \times 11 = 7\,766 \text{ daN}$$

$$M = 777 \text{ daNm}$$

$$W_{el} = 50 t_2 / 6$$

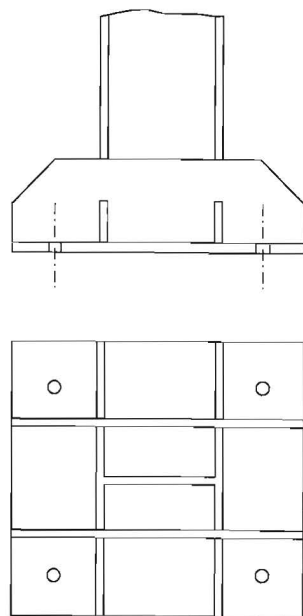


- Figure 180 -

Il faut donc vérifier que :

$$777 \times 6 / (50 t^2) \leq f_y \quad \text{soit } t \geq 2 \text{ cm}$$

En conclusion, on sélectionnera une platine de 45 mm d'épaisseur (section 2-2 la plus défavorable). Cependant, compte tenu de la forte épaisseur de tôle, on préférera une platine plus mince, avec raidisseurs bidirectionnels, qui nécessiteront des calculs de vérification complémentaires.



- Figure 181 -

6.4. CALCUL DES PORTIQUES AVEC FERMES À TREILLIS

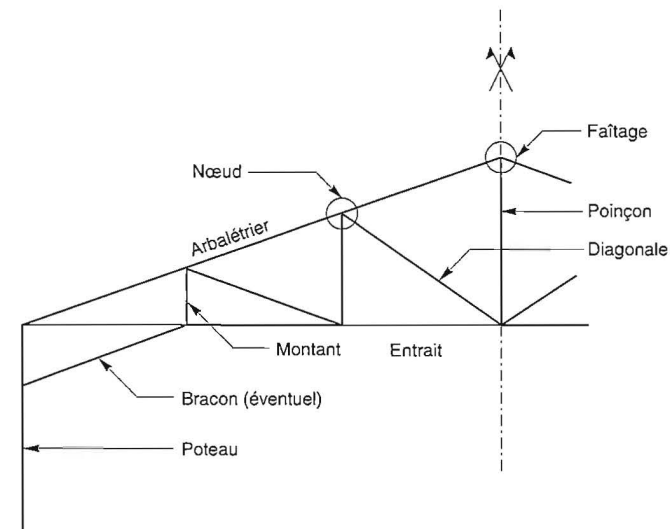
6.4.1. CONCEPTION TECHNOLOGIQUE

Les fermes à treillis sont constituées de barres rectilignes, situées dans un même plan, assemblées entre elles selon des triangles (d'où leur appellation de "systèmes triangulés").

Elles sont composées :

- d'une membrure supérieure (arbalétrier),
- d'une membrure inférieure (entrait),
- d'une âme à treillis, constituée d'éléments verticaux (montants) et obliques (diagonales).

Exemple de ferme américaine



- Figure 182 -

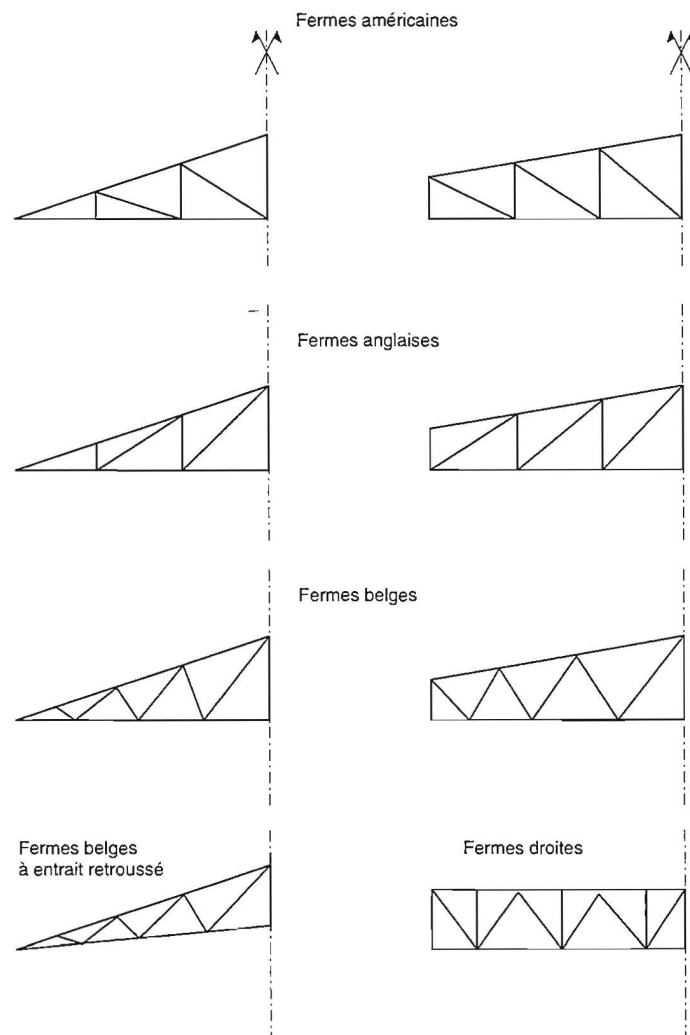
Les fermes à treillis sont généralement articulées à leurs appuis, car il est délicat de réaliser de bons encastres avec des treillis (efforts surabondants dans les membrures).

Elles ne sont plus guère utilisées de nos jours, car leur coût est supérieur aux profils à âme pleine. Elles sont pourtant beaucoup plus performantes techniquement que des profils pleins, leur rendement ρ est assez proche de 1 et elles consomment un minimum d'acier. Mais elles exigent des temps de main-d'œuvre importants pour le découpage des éléments et des goussets, le perçage et le boulonnage des nombreux assemblages, qui ne les rendent plus compétitives que pour :

- les grandes portées,
- les bâtiments légers standardisés, produits en grande série en usine (type hangars agricoles, avec couverture sèche).

TYPOLOGIE DES FERMES À TREILLIS

Il existe divers types de treillis, de forme générale triangulaire ou trapézoïdale, en N ou en V . La figure 185 récapitule les plus utilisés.

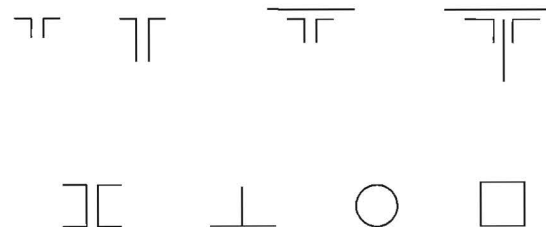


- Figure 183 -

ÉLÉMENTS CONSTITUTIFS

Les fermes à treillis sont composées d'éléments jumelés généralement, afin d'éviter toute dissymétrie et de se prémunir contre des sollicitations de flexion gauche, de torsion et de déversement.

Les membrures, montants et diagonales sont constitués de doubles cornières, simples ou renforcées de plats, de double U, de T ou de profils creux (ronds ou rectangulaires).



- Figure 184 -

Les poteaux recevant des fermes à treillis peuvent être des poteaux à treillis également ou des poteaux courants à âme pleine (ce qui est le cas général, pour une raison de coût).

6.4.2. HYPOTHÈSES DE CALCULS

Les calculs des poutres à treillis sont établis sur la base d'hypothèses simplificatrices, notamment :

- les barres sont considérées comme rigides et indéformables. En fait, les allongements ou raccourcissements des barres, pris individuellement, sont faibles. Leur cumul exige cependant de vérifier la déformation globale de flèche ;
- les barres sont considérées comme articulées, sans frottement, aux nœuds. En fait, les assemblages aux nœuds se font par boulons, rivets ou soudures sur goussets. Leur plus ou moins grandes rigidités correspondent à des encastresments plus ou moins parfaits. De ce fait, les calculs qui prennent en compte des articulations, placent en sécurité et conduisent à surestimer les efforts, donc les sections des barres, d'au moins 10% ;
- les axes neutres des barres sont supposés concourants aux nœuds où elles convergent. En fait, on confond souvent axes neutres et lignes de trusquinage, d'où l'apparition de sollicitations secondaires ;

- le poids propre des barres est négligé vis-à-vis des charges extérieures sollicitant le système ;
- les forces extérieures sont supposées être situées dans le plan du système et appliquées aux nœuds, ce qui conduit à des efforts normaux, exclusivement, dans les barres (compression ou traction). En fait, pour des efforts appliqués entre les nœuds, il faut ajouter aux contraintes normales dans les barres les contraintes de flexion engendrées ;
- les calculs sont effectués exclusivement en élasticité, l'utilisation des propriétés plastiques de l'acier ne s'appliquant pas aux poutres ajourées. En fait, sous cas de charges excessives, il est certain que, dans les systèmes hyperstatiques, il y a constitution de rotules plastiques à certains nœuds.

DÉMARCHE DES CALCULS

La démarche des calculs est la suivante :

- À partir des actions sollicitant le système triangulé, on détermine les efforts de compression ou de traction dans les barres.
Si b est le nombre de barres et n le nombre de nœuds, le système est isostatique lorsque $b = 2n - 3$.
- À partir des efforts précédents, on vérifie les contraintes de traction (vis-à-vis de f_y), de compression (vis-à-vis du flambement) et de cisaillement (pour les membrures).
- Enfin, on vérifie la ferme globalement au déversement et aux déformations.

6.4.3. CALCUL DES EFFORTS DANS LES BARRES

La détermination des efforts dans les barres peut s'effectuer selon trois méthodes :

- la méthode des nœuds, dite de Crémona,
- la méthode des sections, dite de Ritter,
- la méthode des composantes, dite de Culmann.

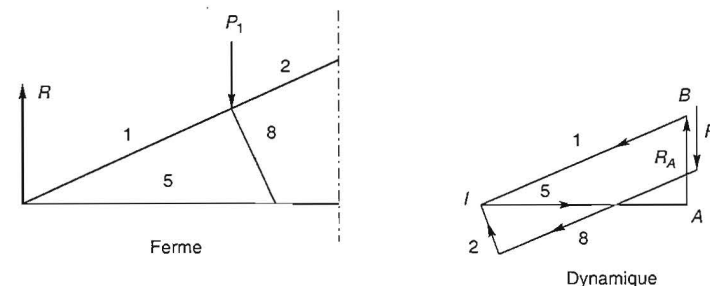
MÉTHODE DE CRÉMONA

Le principe de la méthode est le suivant :

- numéroter les barres et les nœuds,
- déterminer l'ordre de résolution des nœuds, en considérant que la résolution n'est possible que si les efforts dans les barres concourantes à un nœud sont inconnus

pour deux d'entre elles seulement (deux équations de la statique par nœud, donc deux inconnues possibles seulement). Les efforts dans les barres seront donc obtenus deux par deux, de proche en proche. Pour cela :

- construire le dynamique des forces extérieures, y compris les réactions d'appuis, progressivement selon l'ordre retenu de résolution des nœuds, en traçant à chaque étape, à partir de l'origine A et de l'extrémité B de ce dynamique, les parallèles aux directions des deux barres inconnues. Ces parallèles se coupent en un point I et les segments AI et BI, mesurés à l'échelle des forces représentent les efforts dans les deux barres inconnues, en valeur absolue (voir figure 185).



– Figure 185 –

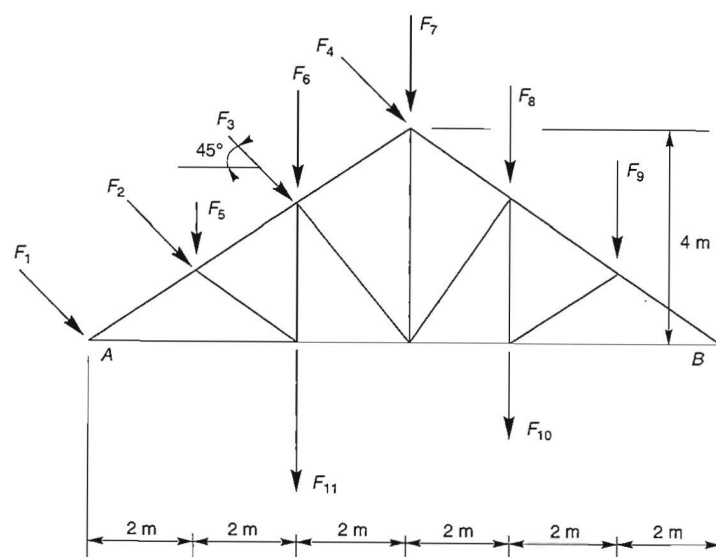
Le sens des efforts dans les barres inconnues est obtenu en parcourant le dynamique dans le sens des forces connues. Si la barre est orientée vers le nœud, elle est comprimée. Dans le sens contraire, elle est tendue.

Exemple d'application

Déterminer les efforts dans les barres de la ferme américaine représentée figure 186 page suivante, sachant que les valeurs des forces extérieures appliquées au système sont les suivantes :

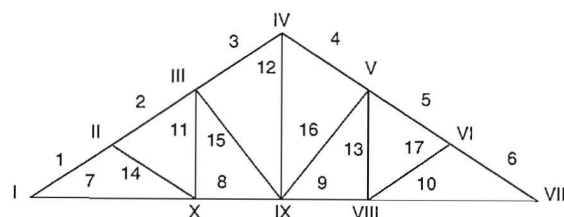
F_1	1 000 daN	F_5	1 000 daN	F_9	3 000 daN
F_2	2 000 daN	F_6	1 500 daN	F_{10}	2 000 daN
F_3	2 000 daN	F_7	2 500 daN	F_{11}	4 500 daN
F_4	1 000 daN	F_8	4 000 daN		

La résolution s'opère par le tracé préalable du dynamique des forces et du funiculaire, qui permettent de déterminer les deux réactions d'appui R_A et R_B , puis par le tracé du graphique de Crémona, qui détermine les valeurs des efforts dans les barres.



- Figure 186 -

- Numérotation des barres et des nœuds :



- Figure 187 -

- Ordre de résolution des nœuds :

Ordre de résolution	Barres à efforts inconnus
I	1 - 7
II	2 - 14
X	11 - 8
III	15 - 3
IV	12 - 4
IX	16 - 9
V	13 - 5
VI	17 - 6
VII	10
VIII	vérifié

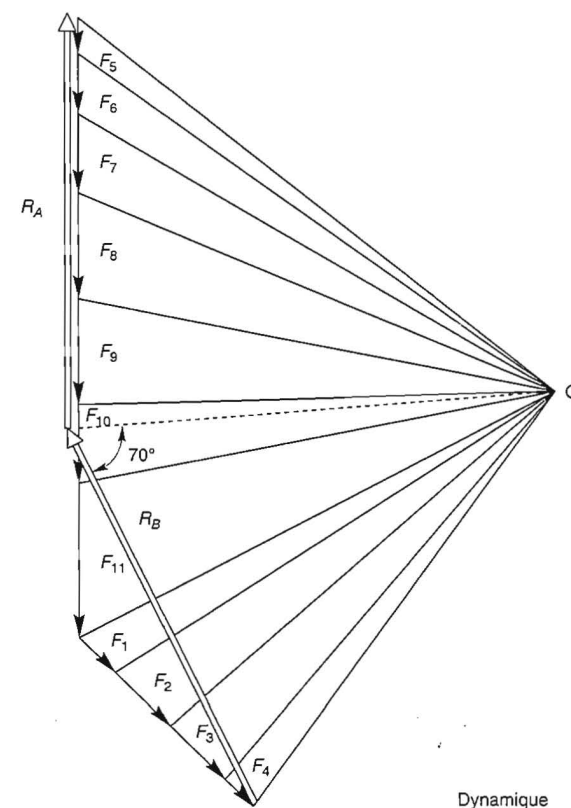
- Constructions graphiques :

Le tracé du dynamique est représenté figure 188, celui du funiculaire figure 189 et celui du graphique de Crémona figure 190.

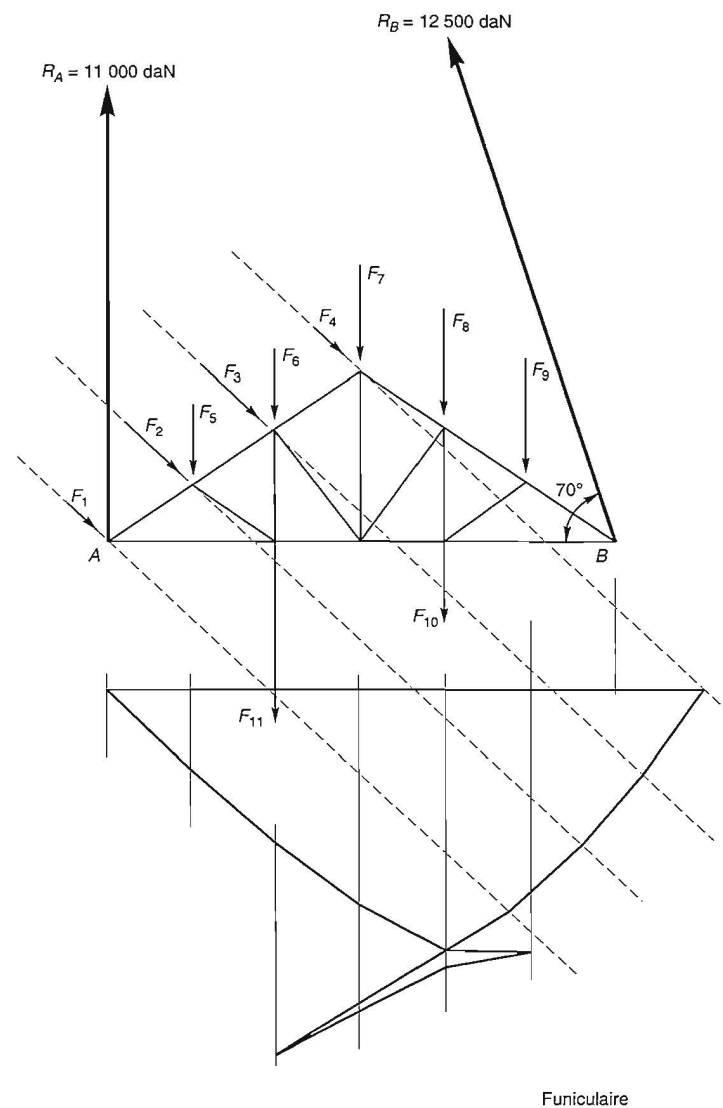
- Résultats graphiques :

Barre	Effort (daN)	Barre	Effort (daN)	Barre	Effort (daN)
1	+ 18 400	7	- 14 500	13	- 3 400
2	+ 17 000	8	- 12 000	14	+ 3 000
3	+ 13 000	9	- 12 100	15	+ 8 500
4	+ 13 800	10	- 13 300	16	+ 6 200
5	+ 18 300	11	- 6 200	17	+ 2 800
6	+ 21 200	12	- 11 700		

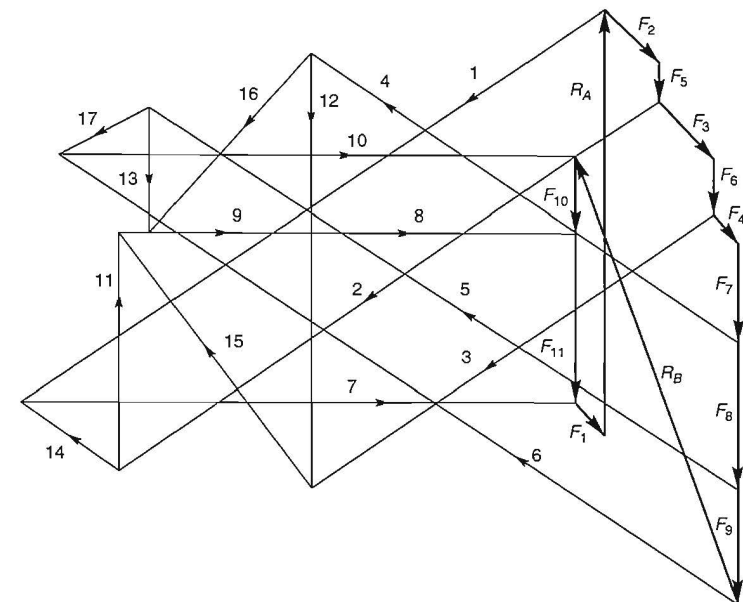
(Compression : + et traction : -)



- Figure 188 -



- Figure 189 -



- Figure 190 -
Diagramme de Crémona

MÉTHODE DE RITTER

Cette méthode présente l'avantage de déterminer l'effort dans une barre quelconque sans avoir au préalable à calculer les efforts dans d'autres barres (comme pour la méthode précédente).

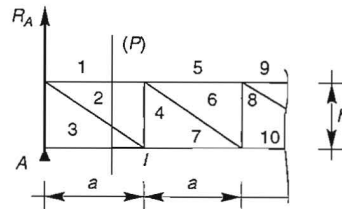
Le principe en est le suivant :

- On coupe le treillis en deux parties par un plan (P), qui sectionne au maximum trois barres où les efforts sont inconnus.
- On écrit, pour l'un des tronçons, que les forces extérieures équilibrent les forces intérieures existant dans les barres coupées. Pour cela, on écrit l'équation d'équilibre des moments par rapport à un point *I*, intersection de deux barres prises parmi les trois barres coupées. On obtient ainsi l'effort dans la 3^e barre, ainsi que son sens (signe du moment obtenu).

Soit par exemple une poutre (figure 191). La section (P) coupe les barres 1, 2 et 3. Choisissons *I*, point d'intersection des barres 2 et 3, comme pôle des moments.

L'effort f_1 dans la barre 1 est obtenu en écrivant l'équation d'équilibre des moments par rapport à I , soit :

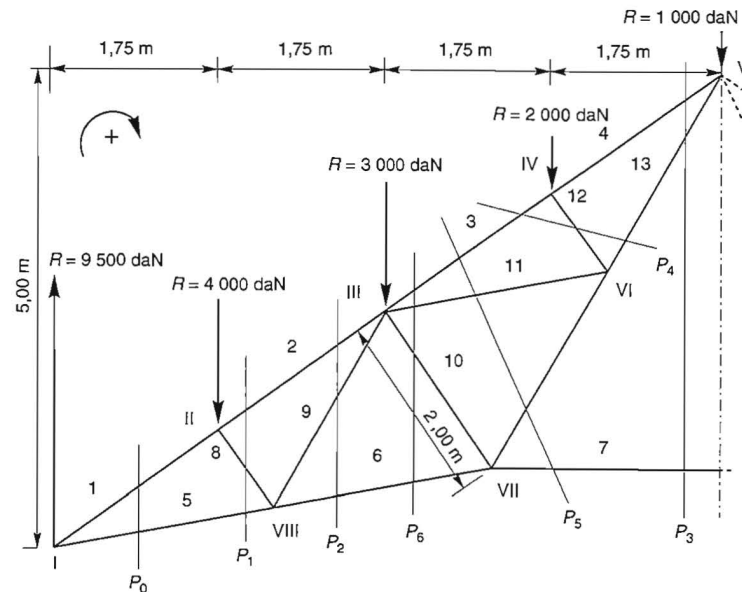
$$R_A \cdot a = f_1 \cdot h \quad \text{d'où} \quad f_1 = R_A \cdot \frac{a}{h}$$



- Figure 191 -

Exemple d'application

Détermination des efforts dans les barres de la ferme polonceau à entrain retourné, représentée figure 192.



- Figure 192 -

Plan de section	n° Barre	Pôle du Moment	Équation d'équilibre des moments	Efforts (daN) C = compression T = traction
P_0	1	VIII	$9\,500 \times 2,30 = -f_1 \times 1,00$	- 21 850 C
P_0	5	II	$9\,500 \times 1,75 = -f_5 \times 0,90$	- 18 470 T
P_1	8	I	$4\,000 \times 1,75 = -f_8 \times 2,10$	- 3 330 C
P_2	6	III	$9\,500 \times 3,50 - 4\,000 \times 1,75 = -f_6 \times 1,80$	- 14 550 T
P_2	2	VIII	$9\,500 \times 2,30 - 4\,000 \times 0,60 = -f_2 \times 1,00$	- 19 450 C
P_2	9	II	$9\,500 \times 1,75 - 14\,550 \times 0,90 = -f_9 \times 0,90$	- 3 920 T
P_3	7	V	$9\,500 \times 7,00 - 4\,000 \times 5,25 - 3\,000 \times 3,50 - 2\,000 \times 1,75 = -f_7 \times 4,15$	- 7 650 T
P_3	13	I	$4\,000 \times 1,75 + 3\,000 \times 3,50 + 2\,000 \times 5,25 + 7\,650 \times 0,85 = -f_{13} \times 3,80$	- 9 080 T
P_3	4	VII	$9\,500 \times 4,60 - 4\,000 \times 2,85 - 3\,000 \times 1,10 + 2\,000 \times 0,60 = -f_4 \times 2,00$	- 15 100 C
P_4	12	I	$4\,000 \times 1,75 + 3\,000 \times 3,50 - 9\,650 \times 3,80 = -f_{12} \times 6,40$	+ 3 000 C
P_4	3	VII	$9\,500 \times 4,60 - 4\,000 \times 2,85 - 3\,000 \times 1,10 + 3\,000 \times 2,10 = -f_3 \times 2,00$	- 17 650 C
P_5	14	III	$9\,500 \times 3,50 - 4\,000 \times 1,75 - 7\,650 \times 1,60 = -f_{14} \times 1,80$	- 7 780 T
P_5	11	VII	$9\,500 \times 4,60 - 4\,000 \times 2,85 - 3\,000 \times 1,10 - 17\,650 \times 2,00 = -f_{11} \times 1,80$	+ 3 500 T
P_6	10	I	$4\,000 \times 1,75 + 3\,000 \times 3,50 + 3\,500 \times 1,80 = -f_{10} \times 4,30$	- 5 550 C

MÉTHODE DE CULMANN

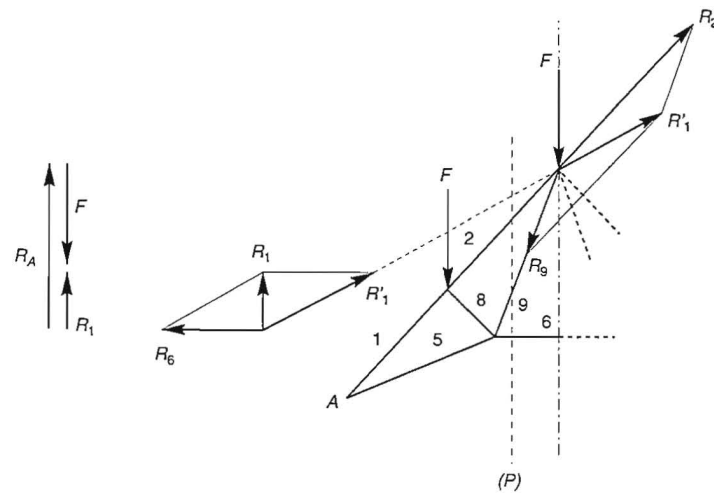
Cette méthode consiste, comme la méthode de Ritter, à sectionner le treillis en deux tronçons et à écrire que les forces extérieures sur un tronçon équilibrent les efforts intérieurs dans les barres coupées.

Cet équilibre ne s'exprime plus ici sous forme d'équation, mais sous forme de graphique statique. La résultante des forces extérieures est décomposée graphiquement en trois efforts, selon trois directions parallèles aux trois barres coupées.

Considérons, par exemple, la ferme représentée sur la figure 193.

La résultante des forces extérieures du tronçon de gauche est $R_1 = R_A - F$. Cette résultante est décomposée en trois efforts, dont les directions sont parallèles aux trois barres coupées 2, 9 et 6.

- R_1 est d'abord décomposé en R_6 et R'_1 .
- Puis R'_1 est décomposé en R_2 et R_9 .



- Figure 193 -

6.4.4. VÉRIFICATION DES CONTRAINTES DANS LES BARRES

Connaissant les efforts dans les différentes barres, nous pouvons maintenant vérifier l'admissibilité des diverses contraintes de traction et de compression dans les barres, ainsi que des contraintes de cisaillement dans les membrures, lorsque les sections des barres sont fixées *a priori*. Si ce n'est pas le cas, le problème consistera à dimensionner les différentes sections en optimisant les contraintes au mieux pour chaque élément.

EXEMPLE D'APPLICATION

Vérifier la ferme à treillis en *N* (figure 194), encastree sur appuis avec des poteaux IPE 400, supportant des charges pondérées transmises par les pannes $F = 4\,000$ daN.

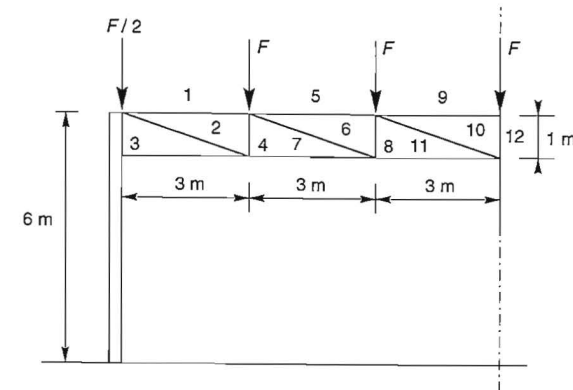
Les membrures de la ferme sont constituées de $T\left(\frac{1}{2} \text{ IPE 400}\right)$ et les assemblages

des treillis aux nœuds sont boulonnés (articulations). Les poteaux, d'une hauteur de 6 mètres, sont articulés en pied.

Calcul des sollicitations

Le moment à l'encastrement poteau-ferme vaut :

$$M_B = - \frac{q \ell^2}{4 (2k + 3)}$$



- Figure 194 -

avec :

$$q = \frac{F}{3} = 1\,333 \text{ daN} \quad \text{et} \quad k = \frac{I_t \ell_m}{\ell_t I_m}$$

$$\ell_m = 6 \text{ m}$$

$$\ell_t = 18 \text{ m}$$

$$I_m = 23\,130 \text{ cm}^4 \text{ (IPE 400)}$$

$$I_t = 2 S_v^2 + 2 I_0 \text{ (2 demi IPE 400)}$$

$$= (2 \times 42,25 \times 50^2) + (2 \times 1\,450) = 214\,150 \text{ cm}^4$$

D'où $k = 3,1$

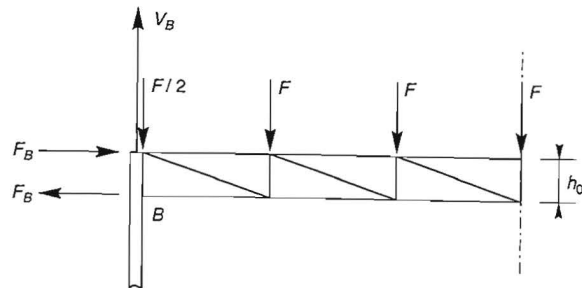
$$\text{Soit :} \quad M_B = - \frac{1\,333 \times 18^2}{4 \times 9,2} = -4\,000 \text{ daN}$$

Le moment M_B est assimilé à un couple de deux forces F_B , selon la figure 195.

$$\text{Soit :} \quad F_B = \frac{M_B}{h_0} = \frac{4\,000}{1} = 4\,000 \text{ daN}$$

et

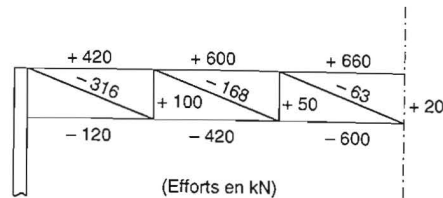
$$V_B = 3 F = 12\,000 \text{ daN.}$$



- Figure 195-

Calcul des efforts dans les barres

La détermination des efforts dans les barres, selon la méthode de Ritter, conduit aux résultats suivants (figure 196) :



- Figure 196 -

Calcul des contraintes dans les membrures

- Membrane inférieure tendue (barre 11) :

$$\sigma = \frac{60 \times 10^4}{4\,255} = 142 \text{ MPa} < f_y = 235 \text{ MPa}$$

- Membrane supérieure comprimée (barre 9) :

Il faut vérifier les tronçons de membrures au flambement. Soit :

• flambement dans le plan de la poutre :

$$\ell_K = 0,9 \ell_0 = 2,70 \text{ m et } N_{pe} = A \cdot f_y = 992 \text{ kN}$$

$$i_x = 5,86 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = 46, \text{ d'où } \bar{\lambda}_x = 0,49 \text{ et } \chi = 0,84$$

$$N \leq \chi \cdot N_{pe} / \gamma_{M1}, \text{ soit } 660 \leq 758 \text{ kN}$$

• flambement dans le plan transversal :

$$\ell_K = \ell_0 = 3 \text{ m}$$

$$i_y = 3,95 \text{ cm}$$

$$\lambda_y = 76, \text{ d'où } \bar{\lambda}_y = 0,82 \text{ et } \chi = 0,65$$

$$N \leq \chi \cdot N_{pe} / \gamma_{M1}$$

$$660 \leq 586 \text{ (dépassement de 13 \%)}$$

- Contraintes dans les montants et les diagonales

Barres	Efforts dans les barres (daN)	Sections des barres	A (mm ²)	$\sigma \leq f_y$ (daN/mm ²)	ℓ_0 (cm)	$\ell_K = 0,8 \ell_0$ (cm)	$i_x = i_y$ (cm)	λ	$\sigma \leq f_y$ (daN/mm ²)
4	+ 10 000	2 L 40/6	616	16,2	100	80	1,21	66	20,3
8	+ 5 300	2 L 35/3	406	13,1	100	80	1,07	75	18,0
12	+ 2 000	2 L 25/3	286	7,0	100	80	0,75	107	14,6
2	- 31 600	2 L 60/6	1 382	22,9					
6	- 16 800	2 L 50/4	776	21,6					
10	- 6 300	2 L 30/3	348	18,1					

Contrainte de cisaillement dans les membrures

Dans l'intervalle compris entre les treillis, il faut vérifier la membrure au cisaillement, soit :

$$\tau = 1,5 \frac{T}{A_a} \leq 0,58 f_y$$

Pour un demi IPE 400, on a :

$$A_a = 8,6 \times (200 - 13,5) = 1\,604 \text{ mm}^2$$

Dans une section de poutre, située à l'abscisse x de l'appui, le moment vaut :

$$M_x = \frac{qx(\ell - x)}{2} - \frac{q\ell^2}{4(2k + 3)}$$

soit :

$$M_x = 9qx - \frac{qx^2}{2} - 2,2q$$

L'effort tranchant est maximal pour $M_x = 0$, soit $x^2 - 18x + 4,4 = 0$ d'où $x = 0,25 \text{ m}$.

$$V_x = \frac{dM_x}{dx} = q(9-x)$$

$$V_x = 1\,333(9 - 0,25) = 117 \text{ kN}$$

La contrainte de cisaillement vaut alors :

$$\tau = 1,5 \times \frac{117 \times 10^3}{1\,604} = 109 \text{ MPa} < 0,58 f_y = 140 \text{ MPa}$$

6.4.5. VÉRIFICATION DE LA FLÈCHE

Le calcul de la flèche d'une poutre à treillis nécessite de déterminer l'âme équivalente du treillis, afin de prendre en compte la flèche additionnelle engendrée par l'effort tranchant.

La flèche maximale, à mi-portée, se décompose :

- en une flèche due au moment fléchissant, qui vaut dans notre cas de figure :

$$f_m = \frac{1}{384} \frac{p \ell^4}{EI}$$

- en une flèche due à l'effort tranchant, qui vaut :

$$f_t = \frac{1}{GA_a} (M_B + M_C)$$

M_B étant le moment négatif à l'appui et M_C le moment positif en milieu de travée.

Flèche f_m

I est l'inertie des membrures seules et p la charge linéique non pondérée.

$$f_m = \frac{1}{384} \frac{10,00 \times 1\,800^4}{2,1 \times 10^6 \times 214\,150} = 0,6 \text{ cm}$$

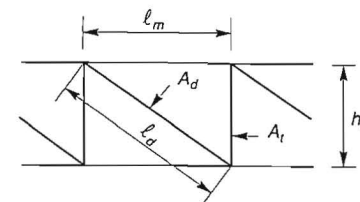
Flèche f_t

L'aire de l'âme équivalente a pour valeur (figure 197) :

$$A_a = \frac{2,6 A_d \frac{\ell_m}{h_0}}{\frac{A_d}{A_t} + \frac{\ell_d^3}{h_0^3}} = 0,7 \text{ cm}^2$$

D'où :

$$f_t = \frac{1}{8,1 \times 10^5 \times 0,7} \times 40 \times 10^5 = 7 \text{ cm}$$



– Figure 197 –

Flèche totale f :

$$f = f_m + f_t = 7,6 \text{ cm}$$

$$\frac{f}{\ell} = \frac{7,6}{1\,800} = \frac{1}{237} < \frac{1}{200}$$

6.5. CALCUL DES OSSATURES SECONDAIRES

Les ossatures secondaires sont destinées à reprendre les sollicitations dues au vent et à assurer la stabilité d'ensemble de la structure. Il s'agit notamment :

- des lisses de bardage,
- des potelets de pignon,
- des dispositifs de contreventement.

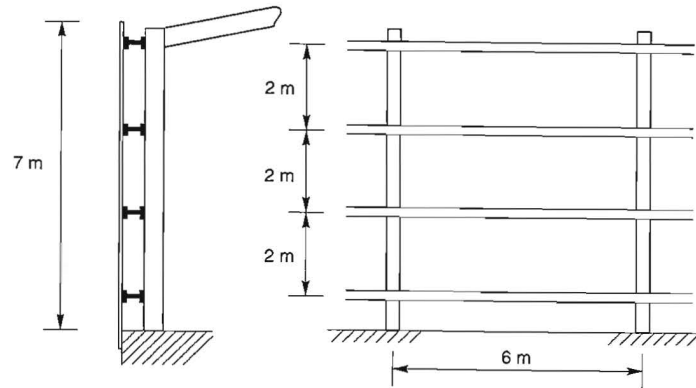
6.5.1. CALCUL DES LISSES DE BARDAGE

Les lisses de bardage sont constituées de poutrelles (IPE, UP) ou de profils minces pliés. Disposées horizontalement, elles portent sur les poteaux de portiques ou éventuellement sur des potelets intermédiaires. L'entraxe des lisses est déterminé par la portée admissible des bacs de bardage.

EXEMPLE D'APPLICATION

Calculer des lisses de longpan, longueur 6 m, entraxe 2 m, supportant un bardage bacs acier (poids : 8,3 daN/m²).

$$W_n = 50 \text{ daN/m}^2 \text{ et } C_e - C_i = 1,1$$



- Figure 198 -

Les calculs sont conduits en élasticité, car les lisses sont dimensionnées par les conditions de flèche et non pas par les conditions de résistance. Les calculs en plasticité sont donc superflus.

Calcul en flexion horizontale

Les lisses, destinées à reprendre les efforts du vent sur le bardage, sont posées naturellement pour présenter leur inertie maximale dans le plan horizontal.

- Condition de résistance

La pression engendrée par le vent extrême vaut :

$$W_e = 1,75 W_n \cdot \delta \cdot (C_e - C_i)$$

$$\text{soit : } W_e = 1,75 \times 50 \times 0,86 \times 1,1 \times 2 = 166 \text{ daN/ml}$$

Pour des lisses isostatiques de 6 m :

$$M_y = 166 \times 6^2 / 8 = 747 \text{ daNm}$$

$$M_{pty} \geq 747 / 24 = 31 \text{ cm}^3, \text{ soit UAP 100}$$

- Condition de flèche

Elle est à vérifier sous une charge non pondérée $p = 166/1,75 = 95 \text{ daN/ml}$, soit :

$$\delta = 5 p \ell^4 / 384 E I = 3,6 \text{ cm}$$

$$\delta / \ell = 3,6 / 600 = 1,2 / 200 > 1/200$$

La flèche est excessive. Il faut donc :

- soit adopter un profil supérieur, en l'occurrence un UAP 130.
- soit poser des lisses en continuité sur trois poteaux. Dans ce cas, la flèche est réduite à $\delta = 0,4 \times 3,6 = 1,5 \text{ cm}$ et devient acceptable.

Cette dernière solution impose cependant de disposer les joints des lisses (longueur 12 m) en quinconce, afin de ne pas charger inégalement les portiques.

Calcul en flexion verticale

Une lisse fléchit verticalement en outre, sous l'effet de son poids propre et du poids de bardage qui lui est associé. Dans le cas de lisses UAP 130, sur deux appuis ($\ell = 6 \text{ m}$), la charge verticale non pondérée vaut :

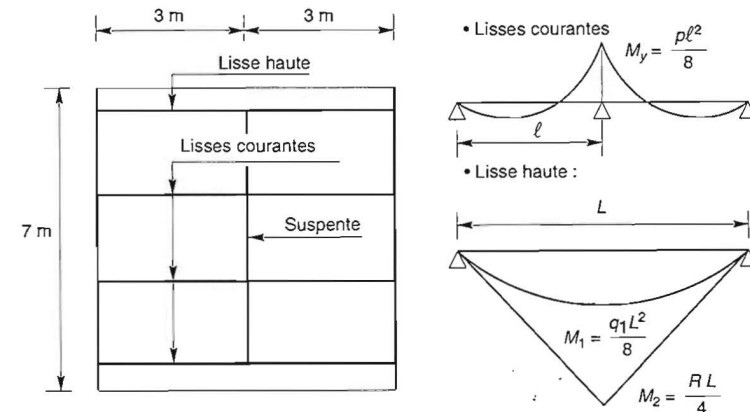
$$p = 13,7 + (2 \times 8,3) = 30 \text{ daN/ml}$$

La flèche verticale est alors :

$$\delta = 5 p \cdot \ell^4 / (384 E \cdot I_y) = 4,6 \text{ cm}$$

$$\delta / \ell = 3,6 / 600 = 1,53 / 200 > 1/200$$

La flèche étant trop forte, il faut disposer des suspentes à mi-portée, pour créer un appui intermédiaire. Dans ce cas, la lisse fonctionne en continuité sur trois appuis, verticalement, et la flèche est notablement réduite à $\delta = 0,4 \times 4,6 = 1,8 \text{ cm}$.



- Figure 199 -

Vérification des contraintes

Les contraintes maximales de flexion ont lieu à mi-portée des lisses, sous l'effet conjugué des moments M_z et M_y . Il faut donc vérifier que :

$$\sigma = M_y / W_{ely} + M_z / W_{eltz} \leq f_y$$

– Pour les lisses courantes (UAP 130)

$$M_y = 747 \text{ daNm}$$

$$M_z = p \cdot \ell^2 / 8 \text{ avec } p = 4 \times 30 / 3 = 40 \text{ daN/ml}$$

$$\text{et } \ell = 3 \text{ m}$$

$$\text{Soit } M_z = 45 \text{ daNm}$$

$$\text{et } \sigma = (747 / 70,7) + (45 / 13,8) = 139 \text{ MPa} < f_y = 235 \text{ MPa}$$

– Pour la lisse haute

C'est la lisse la plus sollicitée, qui supporte son poids propre et le bardage associé (charge q_1), ainsi que les poids des autres lisses et des bacs, qui lui sont transmis par l'intermédiaire de la suspente (effort R). Soit :

$$q_1 = 13,7 + 8,3 = 22 \text{ daN/ml}$$

$$M_1 = q_1 \cdot \ell^2 / 8 = 22 \times 36 / 8 = 100 \text{ daNm}$$

$$R = 1,25 p \cdot \ell / 2 = 1,25 \times (4 / 3) \times (13,7 \times 3 + 8,3 \times 6) \times (6 / 2) = 450 \text{ daN}$$

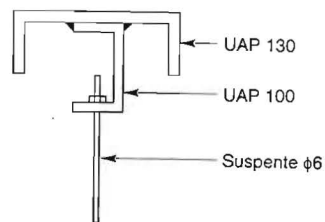
$$M_2 = R \cdot \ell / 4 = 450 \times 6 / 4 = 675 \text{ daNm}$$

$$\text{Soit : } M_z = M_1 + M_2 = 775 \text{ daNm}$$

$$\text{Il faut vérifier que : } (747 / 70,7) + (775 / W_{eltz}) \leq f_y$$

$$\text{D'où : } W_{eltz} \geq 54 \text{ cm}^3$$

ce qui correspond à une section réalisée par deux profils UAP combinés, soudés orthogonalement selon la figure 200.



– Figure 200 –

Section des suspentes

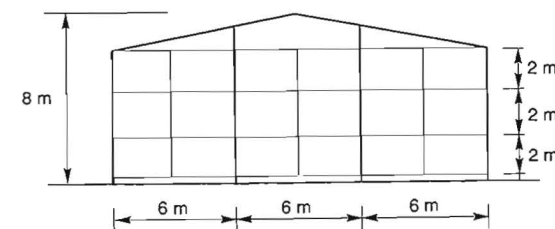
Le tronçon haut de la suspente est le plus sollicité et doit reprendre un effort de traction R , déjà calculé, soit $R = 450 \text{ daN}$. Sa section sera en conséquence :

$$A \geq 450 / 23,5 = 19 \text{ mm}^2$$

ce qui correspond à une tige de diamètre $\phi = 6 \text{ mm}$.

6.5.2. CALCUL DES POTELETS DE PIGNONS

Reprenons notre exemple précédent et considérons les pignons. Leur ossature est constituée de deux potelets intermédiaires de 8 m de hauteur, partageant les pignons en trois travées égales de 6 m. Les potelets supportent les lisses, disposées de la même manière que sur les longpans.



– Figure 201 –

CONDITION DE FLÈCHE

La vérification de la flèche se fait sous vent normal W_n .

$$C_e - C_i = 1$$

$$\delta (8 \text{ m}) = 0,84$$

$$\text{soit : } p = W_n \cdot \delta (C_e - C_i) = 50 \times 0,84 = 42 \text{ daN/m}^2$$

Les potelets étant articulés en tête et en pied, la flèche maximale à mi-portée vaut :

$$\delta = 5 p \cdot \ell^4 / (384 EI) \leq 1/200$$

$$\text{d'où : } \begin{aligned} & \geq 1\,000 p \cdot \ell^3 / (384 E) \\ & \geq 1\,600 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

ce qui correspond à un profil IPE 200.

VÉRIFICATION DES CONTRAINTES

Les potelets sont sollicités à la flexion (due au vent) et à la compression (due au poids des potelets, des bacs de bardage et des lisses). En aucun cas, il ne supportent la toiture (ils sont assujettis au portique par appuis glissants).

Effort de flexion

$$W_e = 1,75 \times 50 \times 0,84 \times 6 = 441 \text{ daN/ml}$$

$$M_f = 441 \times 8^2 / 8 = 3\,528 \text{ daNm}$$

$$\sigma_f = 35\,280 / 194 = 182 \text{ MPa}$$

Effort de compression :

poids de la lisse haute :	$(13,7 + 10,5) \times 6$	= 145
poids des lisses courantes :	$3 \times 13,7 \times 6$	= 247
poids du bardage :	$8,3 \times 8 \times 6$	= 398
poids propre du potelet :	$22,4 \times 8$	= 179

$$G = 969 \text{ daN}$$

La contrainte de compression simple vaut :

$$\sigma = G / A = 9\,690 / 2\,850 = 3,4 \text{ MPa}$$

et la vérification au flambement montre que le profil est acceptable.

6.5.3 CALCUL DES CONTREVENTEMENTS

Les contreventements sont des dispositifs conçus pour reprendre les efforts du vent dans la structure et les descendre au sol. Ils sont disposés en toiture, dans le plan des versants ("poutres au vent"), et en façade ("palées de stabilité"), et doivent reprendre les efforts du vent appliqués tant sur les pignons que sur les longpans.

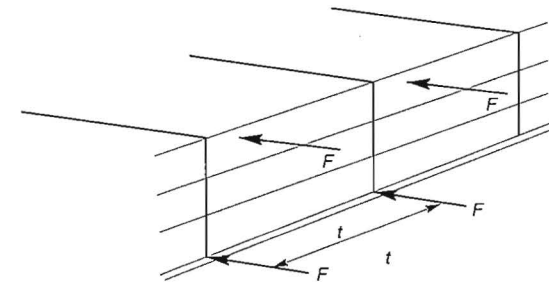
EFFORTS DU VENT SUR LES LONGPANS

Les efforts du vent sur le bardage en longpan sont transmis aux poteaux des portiques par l'intermédiaire des lisses. Les poteaux reprennent en tête 50 % des efforts, les 50 % restants étant absorbés par le dallage.

L'effort résultant en tête de poteau est transmis dans le portique, rigide et dimensionné à cet effet, et aucun dispositif particulier n'est à prévoir dans ce cas. Mais lorsque la travée t est trop grande, les lisses doivent reposer sur un appui intermé-

diaire. On place à cet effet un potelet intermédiaire, appuyé en tête contre la panne sablière. L'effort F , en tête du potelet, est :

- soit repris par la panne sablière, raidie transversalement à cet effet (solution onéreuse),
- soit transmis à la panne suivante par un montant attaché par deux diagonales, qui ramènent les efforts en tête de portique. On a ainsi constitué une "poutre au vent en longpan".

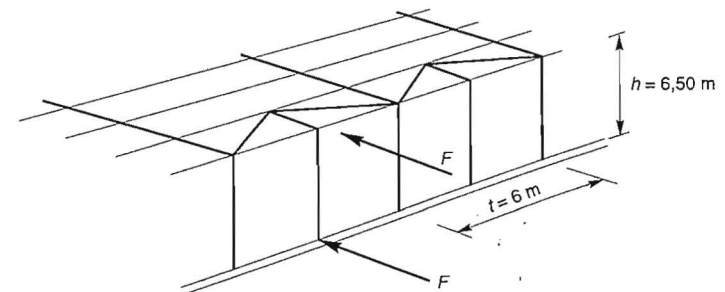


- Figure 202 -

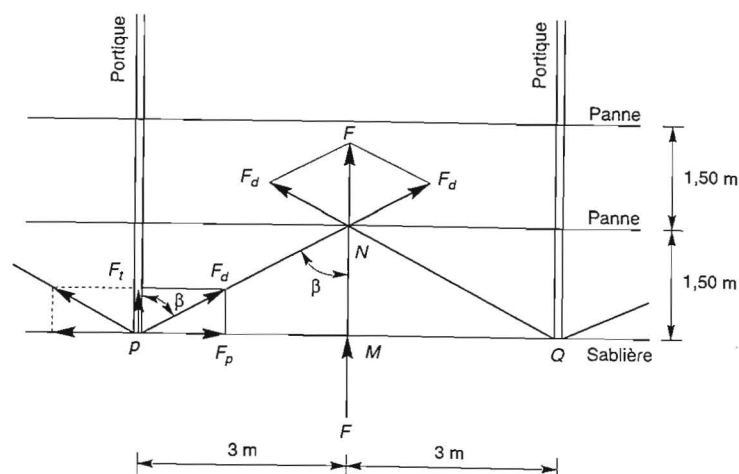
CALCUL DE LA POUTRE AU VENT EN LONGPAN

Considérons le dispositif dans une travée de portique. L'effort du vent F en tête du potelet se décompose en :

- un effort F de compression simple dans le montant MN,
- un effort F_d de traction dans les diagonales NP et NQ,
- un effort F_t de compression dans les traverses des portiques,
- un effort F_p de compression dans les pannes sablières.



- Figure 203-A -



- Figure 203-B -

- Maître-couple attaché à un potelet :

$$S = h \frac{t}{2} = 6,50 \times 3 = 19,50 \text{ m}^2$$

$$\delta = 0,855$$

$$F = W_e \cdot \delta \cdot (C_e - C_i) \cdot S$$

$$= 1,75 \times 50 \times 0,855 \times (0,80 + 0,20) \times 19,50 \times 10^{-2}$$

$$= 14,6 \text{ kN}$$

$$\cos \beta = \frac{1,5}{\sqrt{1,5^2 + 3^2}} = 0,45$$

$$F_d = \frac{F}{2 \cos \beta} = \frac{1460}{2 \times 0,45} \times 10^{-2} = 16,2 \text{ kN}$$

$$F_t = F_d \cdot \cos \beta = 1622 \times 0,45 \times 10^{-2} = 7,3 \text{ kN}$$

$$F_p = F_d \cdot \sin \beta = 1622 \times 0,89 \times 10^{-2} = 14,4 \text{ kN}$$

COMPRESSION DANS LE MONTANT MN

Adoptons pour le montant un profil L 40 x 40 x 3.

$$A = 234 \text{ mm}^2, N_{pl} = A \cdot f_y = 60 \text{ kN}$$

$$i_x = i_y = 1,2 \text{ cm}$$

$$\ell_K = \ell_0 = 1,50 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{150}{1,22} = 123, \text{ d'où } \bar{\lambda} = 1,32 \text{ et } \chi = 0,38$$

$$N \leq \chi \cdot N_{pl} / \gamma_{M1}$$

$$14,6 \leq 0,38 \times 60 / 1,10 = 20,7 \text{ kN. Vérifié.}$$

TRACTION DANS LES DIAGONALES NP ET NQ

Adoptons pour les diagonales un profil L 20 x 20 x 3.

$$\sigma = \frac{F_d}{A} = \frac{16220}{113} = 144 \text{ MPa} \quad f_y = 235 \text{ MPa}$$

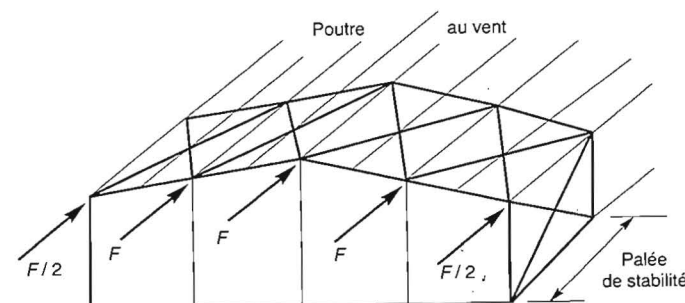
COMPRESSION DANS LES PANNES SABLIERES

En travée courante, il n'y a pas d'effort de compression F_p , ce dernier étant équilibré, donc annulé, par le même effort de sens opposé dans la travée adjacente.

En revanche, dans les deux travées de rive, il subsiste un effort F_p unilatéral dans les sablières, qu'il convient de vérifier au flambement. La vérification sera effectuée plus loin, lors de l'étude de la poutre au vent en pignon.

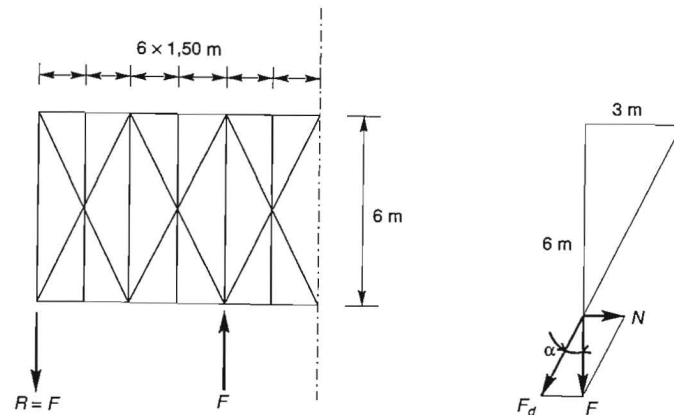
Efforts du vent sur les pignons

La transmission des efforts sur les pignons est analogue à celle sur le longpan et passe successivement du bardage aux lisses, puis aux potelets, puis à la traverse du portique de rive. Ce dernier n'étant pas rigide transversalement, il est nécessaire de le stabiliser en construisant un dispositif, tant sur le plan de la toiture (poutre au vent) que dans le plan vertical (palée de stabilité).



- Figure 204 -

Calcul de la poutre au vent en pignon



- Figure 205 -

- Surface du pignon : $S = 18 \times 8$, soit : $\delta = 0,79$

- Effort en tête des potelets :

$$F = W_e \cdot \delta \cdot (C_e - C_i) S p$$

$$F = 1,75 \times 50 \times 0,79 \times 0,80 \times 24 = 13,3 \text{ kN}$$

- Effort de traction dans les diagonales :

$$F_d = F / \cos \alpha = 13,3 / 0,89 = 15,0 \text{ kN}$$

- Section diagonale :

$$A = F_d / f_y = 15,0 / 23,5 = 0,64 \text{ cm}^2$$

soit un profil L $20 \times 20 \times 3$ ou $\phi 10$.

- Pannes montants de la poutre au vent :

Elles sont sollicitées à la flexion déviée, comme les pannes courantes, et en outre à la compression (sous F). On doit donc vérifier leur stabilité au flambement-flexion (qui est vérifiée ici, tous calculs faits).

Calcul de la palée de stabilité en longpan

$$P = 1,75 \times 50 \times 0,8 \times 0,84 \times 36 = 2\,112 \text{ daN} = 21,1 \text{ kN}$$

Cet effort P se décompose selon :

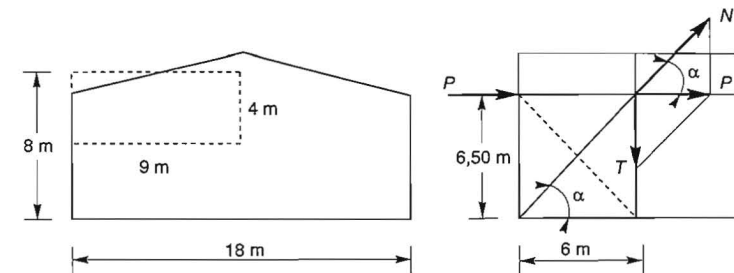
- une force N de traction, reprise par la diagonale,
- une force T de compression, transmise au sol par le poteau.

$$N = P / \cos \alpha = 2\,112 / 0,74 = 2\,854 \text{ daN} = 28,5 \text{ kN}$$

- section diagonale :

$$A = N / f_y = 28,5 / 23,5 = 1,21 \text{ cm}^2$$

soit un profil L $25 \times 25 \times 3$ ou un rond $\phi 14$.



- Figure 206 -

6.6. VÉRIFICATION DE LA STABILITÉ D'ENSEMBLE

Après avoir dimensionné et vérifié individuellement les éléments d'une structure, il faut s'assurer de la stabilité globale du bâtiment, notamment sous l'effet du vent.

PRINCIPE DE VÉRIFICATION

L'effort global du vent se décompose en :

- une composante horizontale T (traînée) produisant un effet d'entraînement,
- une composante verticale ascendante U (portance) produisant un effet de soulèvement (figure 209).

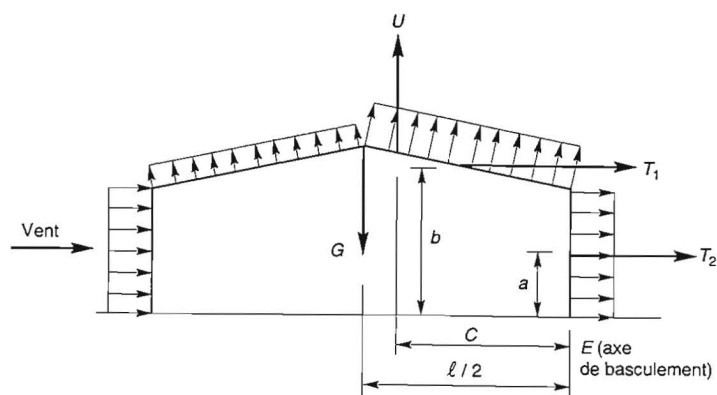
Ces deux composantes donnent lieu à un moment de renversement M_R .

Il faut que ce moment de renversement reste inférieur au moment stabilisateur M_S dû au poids propre du bâtiment.

Soit :

$$M_R = U_c + T_1 b + T_2 a \leq M_S = G \frac{\ell}{2}$$

Le calcul de ces actions d'ensemble prend en compte les pressions dynamiques du vent, qui sont calculées en affectant aux pressions statiques un coefficient de majoration dynamique β , qui est fonction, entre autres, de la période du mode fondamental d'oscillation.



- Figure 207 -

PÉRIODE PROPRE T DU MODE FONDAMENTAL
D'OSCILLATION D'UNE STRUCTURE.

Les formules donnant la période T pour une structure métallique sont données dans les Règles N.V. (annexe 4). Les deux principales sont données figure 208.

COEFFICIENT DE MAJORATION DYNAMIQUE β

Il est donné par les formules suivantes (*Règles N.V.*, chapitre 1.5.) :

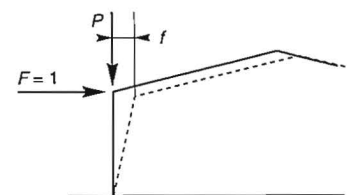
- surcharges normale : $\beta = \theta (1 + \xi \tau)$
- surcharges extrêmes : $\beta \left(0,5 + \frac{\theta}{2} \right)$

Pour les bâtiments classiques prismatiques :

$\theta = 1$, ce qui signifie que β garde la même valeur, que les surcharges soient normales ou extrêmes.

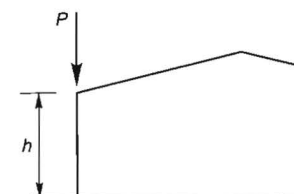
ξ est fonction de la période propre T

τ est fonction de la hauteur du bâtiment (pour $h < 10$ m, $\tau = 0,36$).



Poteaux à inertie variable :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{P}{g}} f$$



Poteaux à inertie constante :

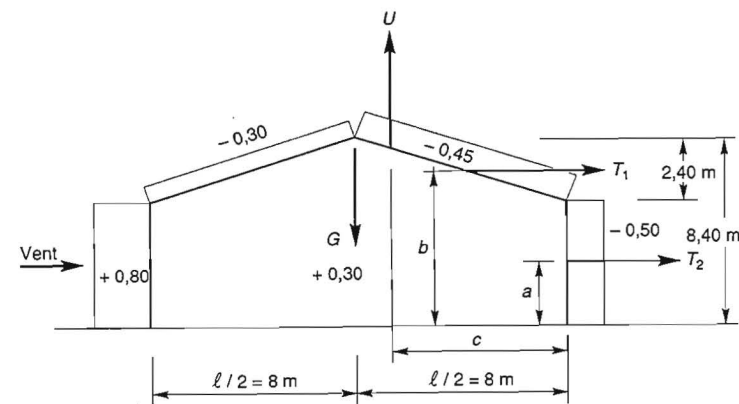
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{P}{g} \frac{h^3}{3EI}}$$

$g = 9,81 \text{ m/S/S}$
 T en secondes

- Figure 208 -

EXEMPLE D'APPLICATION

Soit un bâtiment fermé :



- Figure 209 -

- longueur : $L = 75\text{ m}$ ($10 \times 7,50\text{ m}$)
- largeur : $\ell = 16\text{ m}$
- hauteur au faîte : $h = 8,40\text{ m}$
- pente des versants : 30% ($\alpha = 17^\circ$)

- section poteaux de portique : IPE 400
- poids propre total du bâtiment (ossature, couverture, bardage, équipements fixes, etc.) : $G = 50 \text{ daN/m}^2$
- pression de base vent extrême : $W_e = 120 \text{ daN/m}^2$.

- Période T

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{P h^3}{g 3 EI}}$$

avec :

$$P = 8 \times 7,50 \times 50 = 3\,000 \text{ daN}$$

$$h = 8,40 - 2,40 = 6,00 \text{ m}$$

$$I = 23\,130 \text{ cm}^4.$$

On obtient $T = 0,43$ seconde d'où $\xi = 0,7$.

- Coefficient de majoration dynamique β

$$\beta = \theta (1 + \xi \tau),$$

avec

$$\theta = 1$$

$$\xi = 0,7$$

$$\tau = 0,36$$

d'où $\beta = 1,25$.

A. Vent sur longpan

$$\delta (75 \text{ m}) = 0,72$$

- Traînée :

$$T_2 = (C_e - C_i) L (h - f) \delta \cdot W_e \cdot \beta$$

$$T_2 = (0,8 + 0,5) \times 75 \times 6,00 \times 0,72 \times 120 \times 1,25 \\ = 63\,180 \text{ daN}$$

$$T_1 = (C_e - C_i) (\text{tg } \alpha) \frac{L \ell}{2} \delta \cdot W_e \cdot \beta$$

$$T_1 = (-0,30 + 0,45) \times 0,30 \times \frac{75 \times 16}{2} \times 0,72 \times 120 \times 1,25 \\ = 2\,915 \text{ daN}$$

- Portance :

$$U = -(C_e - C_i) L \ell \delta W_e \beta$$

$$U = \frac{(0,30 + 0,45) + (0,30 + 0,30)}{2} \times 75 \times 16 \times 0,72 \times 120 \times 1,25 \\ = 87\,480 \text{ daN}$$

- Bras de levier :

$$a = \frac{h - f}{2} = 3 \text{ m}$$

$$b = h - \frac{f}{2} = 7,20 \text{ m}$$

$$c = \frac{(0,75 \times 0,60) + (0,25 \times 0,75)}{0,60 + 0,75} \ell = 7,55 \text{ m}$$

- Moment de renversement :

$$M_R = T_{1b} + T_{2a} + U_c = 871\,000 \text{ daNm}$$

- Moment stabilisateur :

$$M_S = G \frac{\ell}{2} \geq 871\,000$$

d'où $G \geq 109\,000 \text{ daN}$

Le poids propre du bâtiment étant $75 \times 16 \times 50 = 60\,000 \text{ daN}$, il faut dimensionner les semelles de fondations de manière à ce que leur poids soit au minimum de $109\,000 - 60\,000 = 49\,000 \text{ daN}$.

Nombre de poteaux : $2 \times 11 = 22$.

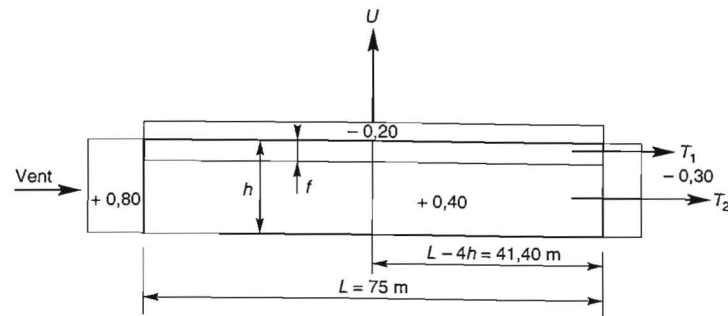
Le poids minimal d'une semelle béton doit donc être de $\frac{49\,000}{22} = 2\,230 \text{ daN}$, ce qui

correspond à un volume de béton de $\frac{2\,230}{2,5} = 0,9 \text{ m}^3$ (semelle de 2 m^2 par $0,45 \text{ m}$ d'épaisseur, par exemple)

B. Vent sur pignon

- Surface du pignon : $S = \ell \left(h - \frac{f}{2} \right) = 115 \text{ m}^2$

- Coefficient de réduction : $\delta = 0,81$.



- Figure 210 -

- Traînée :

$$T_2 = (C_e - C_i) S \cdot \delta \cdot W_e \cdot \beta$$

$$T_2 = (0,8 + 0,3) \times 115 \times 0,81 \times 120 \times 1,25$$

$$= 15\,300 \text{ daN}$$

$$T_1 = 0,01 (L - 4h) \frac{\ell}{\cos \alpha} \delta \cdot W_e \cdot \beta$$

$$T_1 = 0,01 (75 - 33,6) \frac{16}{\cos 17^\circ} \times 0,81 \times 120 \times 1,25$$

$$= 842 \text{ daN (force d'entraînement).}$$

- Portance :

$$U = -(C_e - C_i) L \ell \delta \cdot W_e \cdot \beta$$

$$U = (0,4 + 0,2) \times 75 \times 16 \times 0,81 \times 120 \times 1,25$$

$$= 87\,450 \text{ daN}$$

- Moment de renversement :

$$M_R = T_1 \left(h - \frac{f}{2} \right) + T_2 \left(\frac{h-f}{2} \right) + U \frac{L}{2}$$

$$M_R = 3\,331\,337 \text{ daNm}$$

- Moment stabilisateur :

$$M_S = G \frac{L}{2} \geq M_R$$

$$\text{soit } G \geq \frac{3\,331\,337}{37,5} = 88\,836 \text{ daN}$$

Condition vérifiée, car moins défavorable que la première solution "vent sur longpan".

6.7. CALCUL DES PLANCHERS MIXTES

Les structures de couverture sont constituées d'ossatures (généralement des profils IPE) et de platelages (généralement des bacs acier), qui sont légers, mais suffisants pour reprendre des charges finalement faibles.

En revanche, les structures de planchers sont constituées d'ossatures plus lourdes (IPE parfois, mais surtout HEA, HEB et PRS), recevant des platelages de forte inertie, nécessaires pour reprendre de fortes charges (surcharges d'exploitation de bureaux, de stockage... pouvant atteindre plusieurs tonnes au m²).

Les ossatures de planchers sont constituées de poutres croisées, les solives (supportant le platelage) portant sur des poutres maîtresses, qui portent elles-mêmes sur des poteaux.

Quant aux platelages, ce sont :

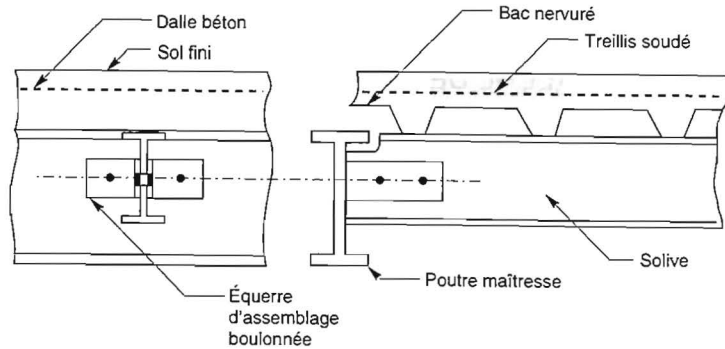
- soit de simples platelages métalliques : tôles épaisses, lisses ou larmées,
- soit des dalles métalliques, à raidisseurs croisés (dalles orthotropes), peu utilisées en bâtiment, en raison de leur coût élevé, et pratiquement réservées à la réalisation de tabliers de ponts,
- soit des dalles béton, coulées sur prédalles ou sur bacs acier utilisés comme coffrages perdus ou collaborants.

Ce dernier type de plancher, dit plancher mixte (acier/béton), est le plus répandu dans les constructions de planchers d'immeubles de bureaux, d'entrepôts, de mezzanines, etc.

Deux cas de figure sont possibles :

- la dalle B.A. est non collaborante : elle n'est pas liée avec l'ossature porteuse en acier, et ne participe donc pas, de ce fait, à l'inertie globale du plancher. La dalle constitue, dans ce cas, une charge permanente pour l'ossature porteuse, qui est pénalisante du fait de son poids élevé ;

- la dalle B.A. est collaborante : elle participe à l'inertie globale du plancher, ce qui impose qu'elle soit parfaitement liaisonnée avec la structure porteuse. Pour cela, il faut prévoir des dispositifs de liaison (connecteurs), à l'interface acier/béton, qui solidarissent dalle et poutres entre elles et s'opposent à leur glissement mutuel.



– Figure 211 –

Les planchers mixtes à dalle collaborante étant la solution la plus économique et la plus judicieuse techniquement, nous allons développer la méthode de calculs de ce type de plancher.

A. CALCUL D'UN PLANCHER MIXTE À DALLE COLLABORANTE

INERTIE DU MONTAGE POUTRE/DALLE

Section mixte : $S = A + \frac{B}{n}$ avec $B = bt$

La position de l'axe neutre (Δ) de la section mixte par rapport à G_A , centre de gravité de la poutre acier, est d et on l'obtient en écrivant l'égalité des moments statiques par rapport à (Δ) :

poutre : $\mu_A = A \cdot d$

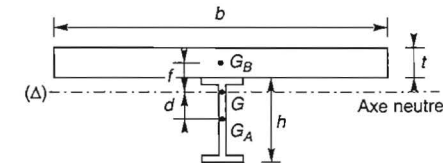
dalle : $\mu_B = \frac{B}{n} \cdot f$

Soit :

$$Ad = \frac{B}{n}f \quad \text{Or, } f + d = \frac{t+h}{2}$$

d'où :

$$d = \frac{bt}{n} \frac{t+h}{2S}$$



– Figure 212 –

Le moment d'inertie de la section mixte par rapport à l'axe neutre (Δ) est :

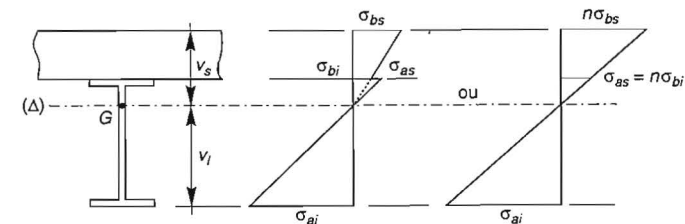
$$I = I_A + A d^2 + \frac{I_B}{n} + \frac{B}{n} \left(\frac{t+h}{2} - d \right)^2$$

I_A et I_B étant les inerties propres des sections A et B.

Soit :

$$I = I_A + A d^2 + \frac{bt^3}{12n} + \frac{bt}{n} \left(\frac{t+h}{2} - d \right)^2$$

CONTRAINTES DE FLEXION SIMPLE



– Figure 213 –

M étant le moment fléchissant maximal dans la section mixte, d'inertie I , les diverses contraintes extrêmes sont :

Contraintes dans la poutre acier :

Traction : $\sigma_{ai} = \frac{M}{I} v_i$

Compression : $\sigma_{as} = \frac{M}{I} (\nu_s - t)$

Contraintes dans la dalle béton

Compression (fibre supérieure) : $\sigma_{bs} = \frac{M}{nI} \nu_s$

Compression (fibre inférieure) : $\sigma_{bi} = \frac{M}{nI} (\nu_s - t)$

avec : $\nu_i = \frac{h}{2} + d$ et $\nu_s = \frac{h}{2} + t - d$

CONTRAINTES ADDITIONNELLES DUES AU RETRAIT DU BÉTON

Après coulage de la dalle, le béton, en durcissant, devrait s'accompagner d'un retrait (raccourcissement ε). Mais la dalle étant solidarifiée avec les poutres en acier, ce retrait est contrarié par l'acier, qui s'oppose au raccourcissement de la dalle, à l'interface acier/béton.

L'effet du retrait peut, en outre, se cumuler avec l'effet d'un abaissement de température (gradient thermique).

Ces effets provoquent :

- un raccourcissement ε_a de la poutre acier,
- un allongement ε_b de la dalle béton (par rapport à sa position d'équilibre, car ne pouvant librement se rétracter, le béton se tend, en fait, ce qui équivaut à un allongement),

et l'on a : $\varepsilon = \varepsilon_a + \varepsilon_b$

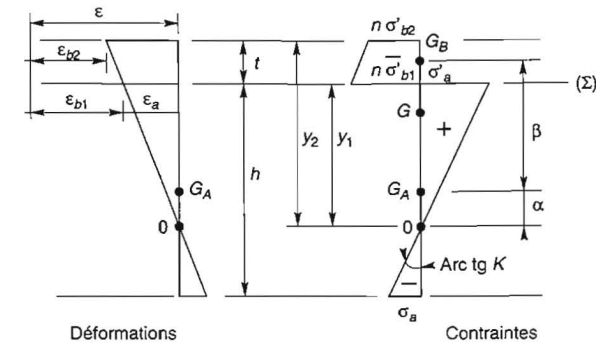
En posant $K = \frac{M}{I}$, les contraintes s'écrivent (figure 214) :

$$\sigma'_a = K y_1 = E_a \varepsilon_a$$

$$\sigma_a = K (h - y_1)$$

$$\sigma'_{b1} = E_b \varepsilon_b = \frac{E_a}{n} (\varepsilon - \varepsilon_a) = \frac{1}{n} (E_a \varepsilon - K y_1)$$

$$\sigma'_{b2} = \sigma'_{b1} - K (y_2 - y_1) = \frac{1}{n} (E_a \varepsilon - K y_2)$$



- Figure 214 -

Écrivons l'équilibre du système

$$\Sigma F = 0 \text{ et } \Sigma M / 0 = 0, \text{ soit :}$$

- Force de traction dans le béton (au niveau de l'axe Σ) :

$$\begin{aligned} F_B &= \frac{B n \sigma'_{b1} + n \sigma'_{b2}}{2} \\ &= \frac{B}{n} \left(E_a \varepsilon - K \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \\ &= \frac{B}{n} (E_a \varepsilon - K [\alpha + \beta]) \end{aligned}$$

- Force de compression dans l'acier : (au niveau de l'axe Σ) :

$$F_A = \int_A \sigma'_a \cdot dS = \int_A K y \cdot dS = K \mu_A$$

Le moment statique μ_A de la section d'acier A par rapport à 0 vaut :

$$\mu_A = A \cdot \alpha, \text{ d'où } F_A = K A \alpha$$

En faisant $F_B = F_A$, on obtient :

$$K A \alpha = \frac{B}{n} [E_a \varepsilon - K (\alpha + \beta)] \quad (1)$$

- Moment dû à F_B dans le béton :

$$M_B / 0 = F_B (\alpha + \beta) = K A \alpha (\alpha + \beta)$$

- Moment dû à F_A dans la poutre :

$$M_{A/0} = \int_A y \sigma_a dS = \int_A K y^2 \cdot dS = KI$$

$$\text{avec } I = I_A + A \alpha^2$$

Faisons $M_B = M_A$. On obtient :

$$KA \alpha (\alpha + \beta) = K (I_A + A \alpha^2)$$

$$\text{d'où : } \alpha = \frac{I_A}{A \beta}$$

En portant cette valeur de α dans l'équation (1) précédente, on obtient la valeur de K , qui permet de calculer les valeurs des différentes contraintes.

$$K = \frac{BE_a \varepsilon \beta A}{n I_A A + B I_A + B A \beta^2} \quad (2)$$

FLÈCHES

Réglementairement, elles sont limitées (cf. chapitre 4.2.) :

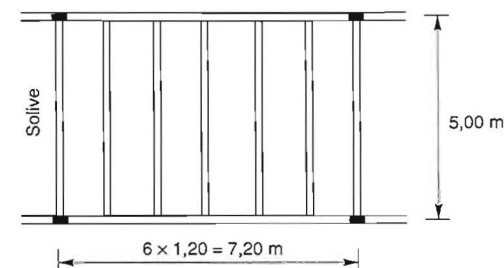
- à $\frac{1}{400}$ de la portée, pour des planchers supportant des murs, cloisons ou vitrages.
- à $\frac{1}{250}$ de la portée, pour des planchers courants.

B. EXEMPLE D'APPLICATION

Calculer un plancher d'entrepôt, présentant les caractéristiques suivantes :

- trame : 7,20 m $\times$ 5,00 m
- surcharge de stockage : 10 kN/m²
- dalle B.A., coulée sur bacs acier, d'épaisseur moyenne $t = 8$ cm
- entraxe des solives (déterminé par la flexion transversale de la dalle) : 1,20 m
- contraintes admissibles des matériaux :
pour l'acier : $f_y = 235$ MPa et $\tau_e = 0,58 f_y$
pour le béton : $f_{c28} = 25$ MPa

- coefficient d'équivalence acier/béton : $n = 15$
- coefficient de retrait du béton : $2 \times 10^{-4} = \varepsilon$



- Figure 215 -

A. CALCUL DES SOLIVES

Le choix d'une section s'opère par approches successives. Essayons, après tâtonnements, un HEA 180.

$$S = 45,3 + \frac{120 \times 8}{15} = 109,3 \text{ cm}^2$$

$$d = \frac{120 \times 8}{15} \frac{8 + 17}{2 \times 109,3} = 7,3 \text{ cm}$$

$$v_i = 8,5 + 7,3 = 15,8 \text{ cm}$$

$$v_s = 25 - 15,8 = 9,2 \text{ cm}$$

$$I = 2510 + 45,3 \times 7,3^2 + \frac{120 \times 8^3}{12 \times 15} + \frac{120 \times 8}{15} (12,5 - 7,3)^2$$

$$I = 7000 \text{ cm}^4$$

$$M = 1,20 [1,35 \times 230 + 1,50 \times 1000] \frac{5^2}{8} = 68 \text{ kN m}$$

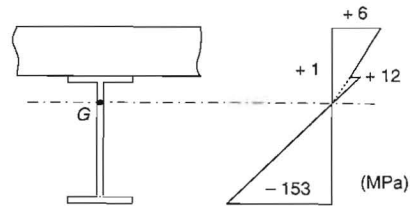
Contraintes de flexion

$$\sigma_{ai} = \frac{68 \times 15,8 \times 10^3}{7000} = -153 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{as} = \frac{68 \times 1,2 \times 10^3}{7000} = +12 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bi} = \frac{68 \times 1,2 \times 10^3}{15 \times 7\,000} = + 1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bs} = \frac{68 \times 9,2 \times 10^3}{15 \times 7\,000} = + 6 \text{ MPa}$$



- Figure 216 -

Effort tranchant

$$V = 1,20 [1,35 \times 230 + 1,50 \times 1\,000] \times \frac{5,00}{2} = 54,3 \text{ kN}$$

$$\tau = \frac{54,3}{6 \times 0,17} = 53 \text{ MPa} < 0,58 f_y = 140 \text{ MPa}$$

Vérification de la flèche

$$f = \frac{5}{384} \frac{12,30 \times 1,20 \times 500^4}{2,1 \times 10^6 \times 7\,000} = 0,8 \text{ cm}$$

$$\frac{f}{\ell} = \frac{0,8}{500} = \frac{1}{625} < \frac{1}{400}$$

Contraintes additionnelles de retrait

$$\beta = \frac{h+t}{2} = 12,5 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{I_A}{A \beta} = 4,4 \text{ cm}$$

$$K = \frac{120 \times 8 \times 2,1 \times 10^{-4} \times 12,5 \times 45,3 \times 10^6 \times 2}{(15 \times 2\,510 \times 45,3) + (120 \times 8 \times 2\,510) + (120 \times 8 \times 45,3 \times 12,5^2)}$$

$$K = 0,21 \text{ N/mm}^3$$

$$y_1 = \frac{h}{2} + \alpha = 12,9 \text{ cm}$$

$$y_2 = y_1 + t = 20,9 \text{ cm}$$

$$E_a \epsilon = 2,1 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-4} = 42 \text{ MPa}$$

D'où les valeurs des contraintes :

$$\sigma_{as} = 0,21 \times 129 = + 27 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{al} = 0,21 \times 42 = - 9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bi} = \frac{1}{15} (42 - 27) = - 1 \text{ MPa}$$

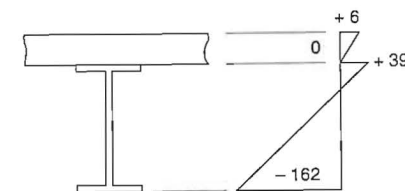
$$\sigma_{bs} = \frac{1}{15} (42 - 44) = 0 \text{ MPa}$$

Contraintes finales

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{as} = 12 + 27 = + 39 \\ \sigma_{al} = - 153 - 9 = - 162 \end{array} \right\} < f_y = 235 \text{ MPa}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{bi} = + 1 - 1 = 0 \\ \sigma_{bs} = + 6 - 0 = + 6 \end{array} \right\} < 0,6 f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

Diagramme des contraintes (figure 217)



- Figure 217 -

B. CALCUL DES POUTRES MAÎTRESSES

Nous calculerons ces poutres en travées indépendantes (isostatiques), ce qui place en sécurité.

Charge linéique totale

- charges permanentes :
 - dalle B.A. : $2 \times 5 = 10,0 \text{ kN/ml}$
 - solive : $\frac{0,36}{1,20} \times 5 = 1,5 \text{ kN/ml}$
 - poids propre poutre (estimé) = $1,5 \text{ kN/ml}$
- Total = $13,0 \text{ kN/ml}$
- charge variable :
 - charge stockage : $10 \times 5 = 50 \text{ kN/ml}$
- charge totale linéique :
 - non pondérée : $50 + 13 = 63 \text{ kN/ml}$
 - pondérée : $(1,35 \times 13) + (1,50 \times 50) = 92,6 \text{ kN/ml}$

Condition de flèche

S'agissant d'un plancher industriel, à usage de stockage, la limitation de flèche est

$\frac{1}{250}$ de la portée.

Soit :
$$f = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI} \leq \frac{\ell}{250}$$

d'où :
$$I \geq \frac{1}{384} \frac{250 q \ell^3}{E} = \frac{1}{384} \frac{500 \times 63 \times 800^3}{2,1 \times 10^6}$$

$$I \geq 50\,000 \text{ cm}^4$$

ce qui correspond à un profil HEA 450.

Vérification de la résistance en flexion

Le moment fléchissant maximal vaut :

$$M_f = 92,6 \times \frac{8^2}{8} = 739 \text{ kNm}$$

Le moment de plastification vaut :

$$M_{pe} = W_{pe} \cdot f_y = 3\,220 \times 235 \times 10^{-3} = 757 \text{ kNm}$$

$M_y < M_{pe}$ Acceptable.

Vérification à l'effort tranchant

L'effort tranchant vaut :

$$V = 92,6 \times 4 = 370 \text{ kN}$$

La contrainte de cisaillement est :

$$\tau = \frac{370}{11,5 \times 440} = 73 \text{ MPa} < 0,58 f_y = 140 \text{ MPa}$$

NOTA

Il est également concevable de réaliser et de calculer ces poutres maîtresses en continuité. Un calcul en poutre continue sur six appuis permet de réduire la flèche de moitié ($f' = 0,49 f$) et le moment fléchissant maximal de 16 % ($M' = -0,842 M$, maximal sur le second appui), pour les travées de rive, qui restent toujours des HEA 450. Pour les travées médianes, il est possible de réduire les sections à des HEA 400.

6.8. LES POUTRES DE ROULEMENT DES PONTS ROULANTS

Les poutres de roulement de ponts roulants sont soumises à diverses sollicitations, agissant en concomitance, qui exigent des calculs complexes et nécessitent une conception très soignée, afin de se prémunir contre d'éventuels désordres, liés notamment à des phénomènes de déversement, de voilement et de torsion. En outre, les déformations des chemins de roulement doivent rester minimes, le bon fonctionnement des ponts roulants n'autorisant que de faibles tolérances.

Il y a lieu de se référer :

- pour le calcul et l'exécution, aux recommandations du C.T.I.C.M. ("Recommandations pour le calcul et l'exécution des chemins de roulement de ponts roulants),
- pour la vérification des déformations et des tolérances, à la norme NF P.22615.

Nous n'entreprendrons aucun calcul ; nous nous bornerons simplement à citer les différents efforts et sollicitations affectant les poutres de roulement, et à décrire leur conception technologique, destinée précisément à résister auxdites sollicitations.

SOLLICITATIONS DANS LES POUTRES DE ROULEMENT

Les poutres de roulement supportent les rails, qui transmettent les divers efforts résultant du fonctionnement des ponts roulants par l'intermédiaire des galets. Ces efforts sont :

- des efforts verticaux R_1 , dus aux poids propres du pont roulant, de la charge levée et des poutres de roulement,
- des efforts horizontaux longitudinaux R_2 , dus à l'accélération ou au freinage du pont roulant,
- des efforts horizontaux transversaux R_3 , dus à l'accélération ou au freinage du chariot, à la marche "en crabe" du pont provenant des imperfections affectant les rails, les galets... et enfin à divers frottements et déformations.

L'ensemble de ces efforts, transmis par les galets, qui sont excentrés tant verticalement qu'horizontalement par rapport aux axes principaux d'inertie des poutres de roulement, engendrent diverses sollicitations agissant simultanément. Ce sont notamment :

- des sollicitations de flexions verticale et horizontale, qui sont obtenues par le formulaire donné dans les figures 154 et 155, pour les cas de charges F et G . Les moments et réactions calculés se cumulent avec ceux engendrés par les autres actions (charges permanentes, neige, vent) et interviennent ainsi dans le dimensionnement des portiques ;
- des sollicitations de déversement des membrures comprimées supérieures, qui imposent de renforcer ces membrures ;
- des sollicitations de voilement local des âmes, au passage des galets, qui imposent de poser des raidisseurs ;
- des sollicitations de torsions, locale et globale, qui imposent une conception de poutre en caisson.

Compte tenu de la forte sensibilité des poutres de roulement à l'instabilité élastique, leur dimensionnement par calculs en plasticité n'est pas admis. Seuls les calculs en élasticité leur sont applicables. Concernant les calculs des ossatures des halles (portiques), recevant des ponts roulants, ils peuvent être conduits en élasticité ou en plasticité, avec cependant des exigences de limitation stricte des déformations.

CONCEPTION TECHNOLOGIQUE

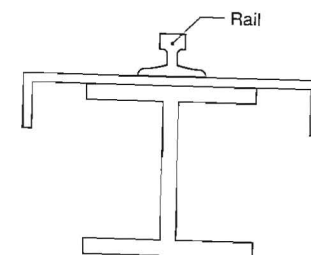
Les poutres de roulement portent sur les poteaux de portiques, qui sont :

- soit des poteaux classiques, comportant des corbeaux (consols soudées) ;
- soit des poteaux-baïonnettes.

Dans les deux cas, les poutres peuvent être posées soit en travées indépendantes, soit en continuité. Les travées indépendantes semblent préférables, bien qu'elles exigent des sections d'acier plus importantes, car leur flexibilité est moindre. Elles sont, dans ce cas, reliées entre elles par simples éclissages boulonnés au niveau des âmes.

POUR LES PONTS LÉGERS

Les poutres de roulement sont constituées généralement de poutrelles HEB et HEM, renforcées au niveau de leurs membrures comprimées (figure 218).

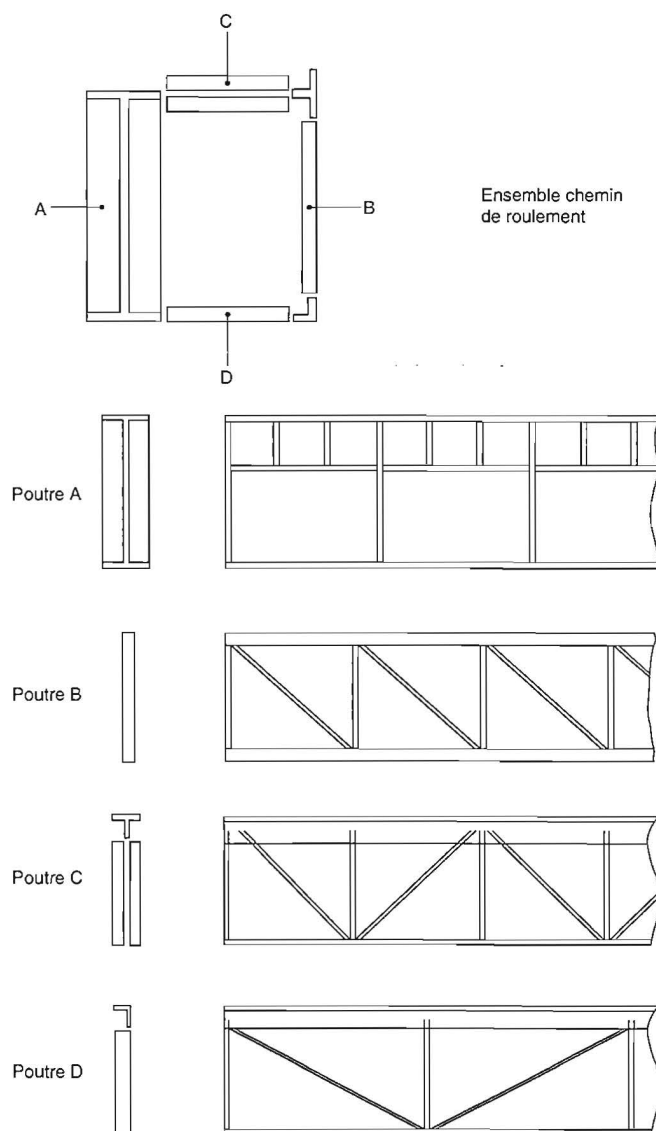


– Figure 218 –

POUR LES PONTS LOURDS

Les poutres de roulement sont en fait des caissons constitués de quatre poutres (figure 219) :

- *poutre A* : poutre verticale, à âme pleine raidie, soumise directement aux actions des galets de translation du pont roulant.
- *poutre B* : poutre verticale à treillis, dont le rôle est de supporter la poutre horizontale haute C et de transmettre aux appuis les charges correspondantes.
- *poutre C* : poutre horizontale haute, dont le rôle est triple :
 - transmettre aux appuis les efforts horizontaux transversaux R_3 du pont roulant,
 - s'opposer au déversement de la membrure supérieure comprimée de la poutre A ,
 - supporter la passerelle de visite du chemin de roulement.
- *poutre D* : poutre horizontale basse, faiblement chargée, qui reprend la flexion horizontale résultant du couple de torsion générale de la poutre de roulement.



- Figure 219 -

ANNEXE

LES PRINCIPALES CAUSES DE DÉSORDRES ET DE SINISTRES EN CONSTRUCTION MÉTALLIQUE

Les apparitions de désordres, dans les constructions métalliques, sont les conséquences d'erreurs qui peuvent se situer à différents niveaux :

- au niveau de la conception (choix technologiques, calculs) ;
- au niveau de la production (plan d'exécution, choix des méthodes, fabrication, contrôle) ;
- au niveau de la manutention (transport, levage, montage).

Les possibilités d'erreurs sont nombreuses et peuvent concerner tous les acteurs intervenant aux différents stades d'élaboration d'une structure.

Certaines erreurs peuvent conduire à des désordres légers, affectant des équipements secondaires, qui ne participent pas à la stabilité de l'ouvrage (déchirement de couvertures ou de bardages, par exemple). Par contre, d'autres erreurs peuvent occasionner des désordres importants, conduisant à l'effondrement partiel ou total de la construction. Dans de tels cas de sinistres, l'effondrement peut être dû à une seule source d'erreur, mais plus généralement résulte d'une conjonction de plusieurs erreurs simultanées.

Les principales sources d'erreurs se situent donc :

AU NIVEAU DE LA CONCEPTION

Il s'agit :

- de la stabilité qui n'est pas assurée, soit des éléments pris individuellement (instabilité élastique classique : flambement des pièces comprimées, déversement des pièces fléchies et voilement des âmes minces), soit de la structure dans sa globalité (contreventement insuffisant),

- de la résistance insuffisante des sections de pièces, en regard de surcharges excessives. Ce peut être les surcharges climatiques qui ont été mal estimées (erreur de région, oubli de prise en compte de l'altitude vis-à-vis de la neige, etc.) ou les surcharges d'exploitation mal définies (accrochage de charges suspendues ou de monorails non prévus initialement, planchers calculés à usage de bureaux et utilisés comme plates-formes de stockage, avec des surcharges triplées ou plus, etc.),
- d'hypothèses et de choix technologiques inappropriés. Ce sont, par exemple, les conditions de liaisons aux nœuds qui sont assimilées à des encastresments ou à des articulations parfaits, pour des raisons de modélisation de méthodes de calculs, alors qu'en réalité un nœud n'est que partiellement encasté ou articulé, ce qui conduit à raisonner sur des sollicitations de calculs différentes des sollicitations réelles affectant les pièces. Ce sont aussi des sections de profils correctement dimensionnés vis-à-vis de la résistance, mais non vérifiés vis-à-vis des exigences de déformations, qui présentent ainsi des flèches (poutres) ou des déplacements (têtes de poteaux) excessifs et incompatibles avec des équipements annexes, ce qui peut provoquer le cisaillement de façades vitrées, le blocage de ponts roulants, etc.

Ce peut être également l'omission de la prise en compte, dans les calculs de pièces à treillis, des sollicitations secondaires parfois importantes, engendrées par la non-concurrence des axes neutres des barres aux nœuds des treillis.

AU NIVEAU DE LA PRODUCTION

De nombreuses erreurs sont possibles, au niveau des plans d'exécution (cotation erronée ou oubliée, omission des renforts et des raidisseurs...), au niveau de la fabrication proprement dite (erreurs de cotes, de perçages...) et au niveau des assemblages en atelier (cordons de soudure insuffisants, tant en épaisseur qu'en longueur).

AU NIVEAU DU MONTAGE

Les problèmes surgissant au montage sur chantier résultent souvent de l'absence de calculs ou de vérifications spécifiques au montage. Les notes de calculs sont toujours réalisées "en phase définitive" (bâtiment en place). Elles prennent rarement en compte la "phase provisoire" de montage, laissant aux chefs-monteurs l'initiative des dispositions à mettre en œuvre, ce qui conduit généralement à de multiples problèmes, notamment : déversement de poutres au levage, effondrement de nappes tridimensionnelles lors de leur mise en place (en raison de l'inversion des sollicitations dans certaines barres), effondrement global de la structure en cours de montage du fait de l'absence de dispositifs de contreventement provisoires, etc.

D'autres désordres peuvent survenir ultérieurement, lorsque le bâtiment est en service, bien que provenant de fautes de montage : soudures défectueuses, assemblages

par boulons HR déficients (serrage incorrect, diamètre et nuance d'acier des boulons non conformes, coefficient de frottement des platines insuffisant, etc.).

En conclusion, les causes des désordres en construction métallique sont multiples et leurs conséquences de portées très variables. Il faut simplement retenir que tous les intervenants concernés (conception, calculs, dessins, fabrication, montage...) sont impliqués et responsables à leurs niveaux respectifs d'intervention, et que la prudence doit rester de rigueur pour tous.

Malgré tout, la construction métallique reste un mode de construction séduisant, largement aussi sécurisant que les constructions en béton ou en bois.